

计算流体力学通讯 (CFDChina.com) 第三期, 2004 年 7 月, pp. 10-47

利用 FLUENT 分析滚筒内磨料颗粒的运动特征

张德良 方新

中国科学院力学研究所

北京 中国

二〇〇四年七月

目录

1. 引言
2. 磨料运动的计算模型
3. 单个磨料颗粒的运动描述
4. 大团磨料运动的两相流模型
5. 两相流计算方法简介
6. 计算参数和初边值条件
7. 计算结果及其力学分析
8. 结论和建议
9. 参考文献

一. 引言

抛光的过程是将磨料和待加工的零件共同置于滚筒内，磨料和零件在滚筒带动下产生相对运动，通过磨料和待加工零件之间的挤压和摩擦等相互作用使零件的表面越来越光洁，直至达到加工工艺的光洁度要求。行星抛光工艺在零件表面加工过程中有着广泛的应用。

行星抛光设备的机械结构如图 1 所示，主要由滚筒、连杆和齿轮传动装置等部件所构成。连杆的一端联接于固定点(O)，另一端则与滚筒的轴心(P)相连，填充有磨料和工件的柱状滚筒在连杆的带动下整体围绕固定O点匀速圆周运动；同时齿轮传动装置带动滚筒绕其轴心转动。滚筒的运动方式由公转和自转两部分组成。滚筒围绕固定点(O)的运动称之公转，而以其轴线为中心的旋转称为自转。在公转和自转的共同作用下，滚筒内由磨料颗粒和工件构成的物料流动呈现极为复杂的运动形态和分布特征，实验观察^[1]也证实了磨料在滚筒内的运动过程是极为复杂的。加工工件的抛光质量不仅取决于磨料的物理特性和滚筒的材质结构，还与磨料和工件的相对运动方式以及两者相互作用的动力学过程等诸多因素密切相关。因此仅仅通过对抛光过程的实验观测以及对加工过程的猜测来估计物料流动对抛光质量的影响已远远不够。为了揭示磨料和工件相互作用的动力学过程对抛光机理的影响，进一步改进和提高抛光加工的技术水平，利用数值模拟方法深入研究磨料的运动规律及其分布特征是十分必要的。

天津工业大学抛光技术研究所通过多年的研究和长期的工作实践设计了一套行星抛光技术设备^[2]，并广泛应用于国内各个工业部门，取得了良好的抛光效果，得到了专业同行的一致认可。我们受天津工业大学抛光技术研究所的委托，对磨料颗粒在滚筒内的运动过程建立了相应的两相流动模型及其控制方程，利用计算机模拟对磨料运动的动力学过程进行了数值分析，从数值结果中获得滚筒运转过程中磨料颗粒的浓度、速度和压力等分布特征。数值分析研究的重点主要集中在滚筒运动方式和物料的特性参数等因素对磨料运动规律的作用，考察了滚筒形状和磨料填充量对磨料运动特征的影响；通过数值分析和实验结果的对比，探讨了磨料运动的特征参数与加工抛光质量评估的内在关系，希望为行星抛光技术设备的优化设计和运行参数的合理选择提供理论依据。

二、磨料运动的计算模型

工件的抛光加工质量是通过磨料和待加工零件之间的挤压和摩擦等相互作用而实

现的，挤压和摩擦的过程与颗粒的运动状态和分布特征密切相关。因此为了建立磨料颗粒运动的计算模型，我们需要分析一下磨料颗粒在滚筒内部运动时的受力情况。

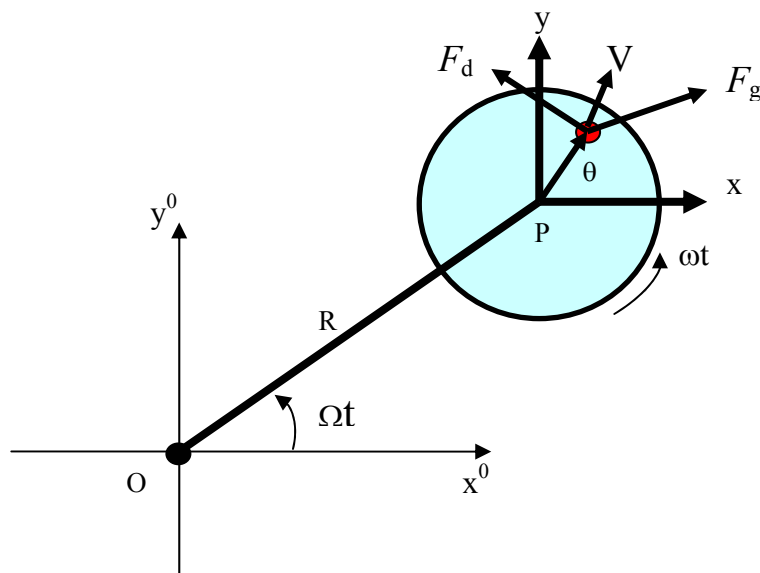


图 1. 行星抛光技术设备机构简图

如图 1 所示，颗粒上所受到的作用力主要有两类：外部体力 F_g 和流体阻力 F_d 。外部体力有重力和与滚筒运动方式相关的离心力，而流体阻力则是由颗粒和颗粒之间以及颗粒和流体之间的相对运动诱导产生的。

由于流体和颗粒的运动速度与参考系的选择有关，因此作用在颗粒上的外部体力和流体阻力随着参考系的选择而有所不同，且可以部分地相互转换。例如选择和滚筒固定联结的非惯性参考系时，除了围绕固定支点的公转外，滚筒处于相对静止的状态，内部的颗粒运动仅受到重力、科氏力和离心力等体力的影响。选择和连杆固定联结的旋转参考系或选择和滚筒联结的平动参考系时，滚筒的运动方式可分解为绕支点的公转和绕其中心轴线的自转两部分。公转的作用等效于在颗粒上施加一个方向不断变化的离心力，滚筒的自转则会影响颗粒和流体在侧壁上的边界条件以及相邻边界层中的流动分布，从而通过侧壁与磨料颗粒的碰撞和摩擦等动量传输过程改变作用在颗粒上的流体阻力。重力和离心力的大小和方向都与运动坐标系的选择相关，而磨料颗粒的物理特性(如密度、粘性摩擦等参数)，颗粒和溶剂的填充比例，以及滚筒的形状及其材质属特性等因素则间接地影响颗粒所受到的流体阻力。总之，外部体力和流体阻力的共同作用影响和控制了颗粒流动的动力学形态和分布特征。

此外，当磨料颗粒的密度不同于流体介质，或考虑到颗粒的非惯性运动时，通常还存在浮力作用和附加质量作用力，但由于两者影响较小，所以本文的分析计算先暂时忽略浮力和附加质量效应。

流体和磨料颗粒的混合物中存在着凝结、溶化或结晶等物理化学过程，磨料和流体之间还有质量和热量交换，这些因素都会影响颗粒的运动状态。在本文的计算中我们也暂不考虑颗粒和流体的质量交换和热量交换，假设颗粒和流体是互不相容的两种介质。流体介质可以是气体或液体，以下统称流体。

同时，我们假设滚筒内充满了流体和磨料颗粒的混合物。假设磨料颗粒都具有同一直径的球状颗粒。对于非球状颗粒，可以看作具有是同等流动阻力的等效球状颗粒。颗粒和颗粒之间存在的相互碰撞、摩擦等作用，颗粒和流体之间的相互作用则在流动模型中一并考虑。

在本文的计算中，我们选择地面上的静止坐标系 $O(x^0, y^0)$ ，用于描述和分析滚筒的运动方式，同时为了与实验观测一致起见，我们选择和滚筒轴心联接的平动坐标系 $P(x, y)$ 用于分析磨料颗粒的运动特征。在运动过程中平动坐标系 $P(x, y)$ 的各坐标轴始终与静止坐标系 $O(x^0, y^0)$ 的各坐标轴平行。因此在静止参考系中，行星滚筒在连杆的带动下不但围绕连杆的支点旋转，同时还围绕其中心轴线旋转。而在运动参考系中，滚筒仅仅围绕其轴心旋转，同时在不断旋转的连杆方向上受到一个与公转相关的离心力。

根据行星抛光技术设备的运行条件，我们假设行星滚筒的公转和自转角速度均为常数，不考虑由于角速度变化所导致的非惯性力作用。

在上述假设下，我们考虑采用以下两种计算模型^[3]用于分析流体和颗粒的混合介质在滚筒内的动力学过程：

1. 离散颗粒模型

滚筒内的磨料颗粒数量极少，颗粒之间的相互作用可忽略不计，颗粒对流体的作用很弱，在这种情况下采用拉格郎日方法跟踪单个颗粒的运动轨迹。

2. 连续颗粒模型

滚筒内的磨料颗粒体积占 10%以上时，颗粒之间以及颗粒和流体之间的相互作用是必须考虑的，在这种情况下需要将颗粒视为连续介质，称为连续颗粒相。以流体相和连续颗粒相组成的两相流动模型也称为连续颗粒模型。在连续颗粒模型中通常采用欧拉方法描述颗粒之间以及颗粒和流体之间的相互作用。

当磨料颗粒接近充满整个滚筒时，滚筒内的流体运动类似于多孔介质中的渗流过程，然而这种情况在抛光加工过程中极少遇到，因此本文中未曾予以考虑。

三、单个磨料颗粒运动的数值模拟

设 V_p 是平动坐标系 (x, y) 的原点相对于静止坐标系的转动速度， V 是颗粒相对于平动坐标系的运动速度，从而颗粒在静止坐标系中的运动速度为：

$$V_R = V + V_p \quad (3.1)$$

当颗粒总体积占滚筒容积的比例极小时，颗粒和颗粒之间以及颗粒和流体之间的相互作用很弱，颗粒对流体运动的影响也较小，因此，流体的运动可用连续介质模型计算模拟，而磨料颗粒的运动则可利用拉格朗日方法跟踪每一个颗粒的运动过程。即：

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{V} \quad (3.2a)$$

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F}_d + \bar{F}_g \quad (3.2b)$$

其中， \bar{r} 是颗粒在平动坐标系中的坐标矢量， F_g 是单位质量的颗粒所受到的体力，包括重力和选用平动坐标系时所诱导产生的惯性作用力， F_d 是平动坐标系中流体运动作用在磨料颗粒上的流动阻力。

流体的运动可用连续介质模型进行模拟，在得到滚筒内流体运动的速度和压力场分布后，求解方程(3.2)可得到每个颗粒的当前位置和运动速度。

作为算例，我们考虑一种最简单的情况。暂时忽略周围运动流体的影响，仅考虑单个颗粒在滚筒中的运动历程。从而运动坐标系中颗粒的运动方程(3.2)可简化为：

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \bar{F}_g \quad (3.3)$$

为便于求解计算，我们在运动坐标系中引入极坐标 (r, θ) ，颗粒的运动轨迹方程可具体表示如下：

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \Omega^2 R \cos(\Omega t - \theta) - g \sin(\theta) \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = \Omega^2 R \sin(\Omega t - \theta) - g \cos(\theta) \end{cases} \quad (3.4)$$

其中连杆长度 R 是滚筒的公转半径， Ω 则是连杆的转动角速度。行星滚筒的半径为 r_0 ，围绕其中心轴线旋转的角速度为 ω ，重力加速度 $g=9.81\text{m/s}^2$ 。

引入变量 u, v , 可得如下方程:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = u \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{r} \\ \frac{du}{dt} = \frac{v^2}{r} + g(\beta \cos(\Omega t - \theta) - \sin(\theta)) \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{uv}{r} + g(\beta \sin(\Omega t - \theta) - \cos(\theta)) \end{cases} \quad (3.5)$$

其中 $\beta = \frac{\Omega^2 R}{g}$ 是离心加速度与重力加速度之比。

滚筒的边壁是半径为 r_0 的圆周, 假设滚筒边壁与颗粒的碰撞是完全弹性碰撞, 因此颗粒运动在圆周边界上满足刚性边界条件, 即 $r = r_0$ 时, $u = -u, v = \omega r_0$ 。选择静止的颗粒分布作为运动的初始条件, 即 $t=0$ 时: 速度 $u = v = 0$ 。颗粒位置任意 ($r \leq r_0, \theta = 0$)。

求解过程采用五阶 Runge-Kutta 定步长积分法可得到颗粒的运动轨迹。

四、大团磨料运动的两相流模型

当磨料颗粒的体积占流动介质总容积的 10% 以上, 颗粒之间的相互作用以及颗粒和流体之间的相互作用对两者的运动特征都会产生不可忽略的影响, 此时宜将流体和颗粒都作为连续介质, 应用欧拉方法描述颗粒的运动过程。根据连续介质理论的质量守恒和动量守恒定律建立颗粒和流体的动力学控制方程, 结合边界条件和工况参数条件, 利用数值方法求得磨料颗粒运动的浓度、速度和压力场分布。

在建立和简化控制方程的过程中, 我们假设颗粒相和流体相之间不发生溶解或结晶等物理化学过程, 即不考虑两相之间的质量和热量交换。颗粒状固体磨料与流体所构成的两相流动过程满足如下条件:

- (1) 颗粒状固体磨料和流体具有相同的压力作用;
- (2) 颗粒状固体磨料和流体分别满足动量守恒和质量守恒;
- (3) 颗粒状固体磨料和流体之间的相互作用通过阻力系数函数来实现;
- (4) κ - ε 湍流模式适用于颗粒状固体磨料和流体介质以及它们的混合相介质;

假设滚筒中的流体介质是作为磨料的固体颗粒和不可压缩流体所组成由两种互不渗透的。在上述假设的基础上，引入体积分数 α_l 和 α_s 分别表示流体和磨料颗粒所占据的体积比率，则第q相流体介质所占体积为：

$$V_q = \int_V \alpha_q dV \quad \text{且有} \quad \alpha_s + \alpha_l = 1 \quad (4.1)$$

其中 q=1 表示流体相，q=s 表示颗粒相。从而第 q 相流体介质的浓度分布函数为：

$$n_q = \alpha_q \rho_q \quad (4.2)$$

ρ_s 是磨料颗粒的物质密度。当实际流动中遇到非球型颗粒时，可选择具有相同流体阻力的等量球代替实际颗粒形状。则流体相和颗粒相的质量守恒方程分别为：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{V}_l) = \dot{m}_{ls} \quad (4.3a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{V}_s) = \dot{m}_{sl} \quad (4.3b)$$

其中 \vec{V}_l ， \vec{V}_s 分别是流体相和颗粒相的速度分布， \dot{m}_{sl} 是从流体相和颗粒相之间的质量传输率，由质量守恒可知 $\dot{m}_{ls} = -\dot{m}_{sl}$ 。

由于假设两相之间无质量交换，并忽略蒸发、凝结、溶解和结晶等过程，因此可取 $\dot{m}_{sl} = \dot{m}_{ls} = 0$ 。这样由方程组(4.3)可得到颗粒相的体积分数满足的质量守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \vec{V}_s) = 0 \quad (4.4)$$

在满足 $\alpha_s + \alpha_l = 1$ 的条件下联立求解方程(4.1)和(4.4)，可得两相流体中各相介质体积分数的分布，进而可得颗粒的质量浓度分布 $n_s = \rho_s \alpha_s$ 。

颗粒在流体介质中的运动是流体施加于颗粒上的阻力和颗粒所受到的外部体力共同作用的结果。所谓流体阻力是颗粒在静止粘性流体中匀速运动时作用于颗粒球体上的压差阻力和摩擦阻力之合力，当颗粒和流体之间有相对运动时，流体阻力则主要取决于两者之间的相对速度；作用在颗粒上的体力主要是重力和离心力。因此当颗粒加速运动或颗粒周围流体的非均匀运动都会诱导产生其他作用力，如浮力，附加质量力等等。

综上所述，流体相和颗粒相的运动分别满足如下动量守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \vec{V}_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{V}_l \vec{V}_l) = -\alpha_l \nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_l + \vec{R}_{sl} + \vec{F}_{g,l} \quad (4.5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{V}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{V}_s \vec{V}_s) = -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_s + \vec{R}_{ls} + \vec{F}_{g,s} \quad (4.5b)$$

其中:

(1) $\bar{\bar{\tau}}_s$ 是颗粒相的剪切应力张量, $\bar{\bar{\tau}}_l$ 是流体相的剪切应力张量。即

$$\bar{\bar{\tau}}_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{V}_q + \nabla \vec{V}_q^T) + \alpha_q (\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q) \nabla \cdot \vec{V}_q \bar{\bar{I}} \quad (4.6)$$

μ_l, λ_l 和 μ_s, λ_s 分别是流体相和颗粒相的第一粘性系数和第二粘性系数, $\bar{\bar{I}}$ 是单位张量。

(2) P_s 是颗粒状固体磨料的固相压力。当固相体积分数小于颗粒堆积极限时, 颗粒状固体磨料在流动过程中具有可压缩性特征, 颗粒状固体磨料的流动压力值取决于颗粒状固体磨料的运动及其相互之间的碰撞和摩擦, 体积分数接近堆积极限时, 颗粒之间相对运动减小, 摩擦力增大以致形成颗粒沉积。

(3) $\vec{F}_{g,q}$ 是作用在颗粒状固体磨料和流体介质上的各外力的合力。在本文计算中主要计及重力和公转产生的离心力。它们的合力是:

$$\vec{F}_{g,q} = \alpha_q \rho_q g \bar{g}^0 + \alpha_q \rho_q \Omega^2 R \bar{R}^0 \quad (4.7)$$

其中 \bar{g}^0 和 \bar{R}^0 分别表示重力加速度和公转离心加速度的单位方向矢量。

(4). \vec{R}_{pq} 是流体相和颗粒相之间的相互作用力, 应有大小相等, 方向相反, 即

$$\vec{R}_{sl} = -\vec{R}_{ls} \text{ 且 } \vec{R}_{ll} = 0 \text{ 和 } \vec{R}_{ss} = 0 \quad (4.8)$$

一般假设流体相和颗粒相之间的相互作用具有如下一般形式:

$$\vec{R}_{sl} = K_{sl} (\vec{V}_l - \vec{V}_s) \text{ 和 } K_{sl} = K_{ls} \quad (4.9)$$

其中 K_{sl} 是流体相和颗粒相之间的动量交换函数, 具有如下形式:

$$K_{sl} = f \frac{\alpha_s \rho_s}{\tau_s} \quad (4.10)$$

其中 $\tau_s = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu_l}$ 是颗粒的松弛时间, d_s 是颗粒相的颗粒直径。

f 是交换系数，其经验表达式与颗粒的流体阻力系数 C_D 和相对雷诺数 Re_s 有关。

我们选用 Syamlal-0' Brien 模型中的交换系数 f :

$$f = \frac{\text{Re}_s C_D \alpha_l}{24V_{r,s}^2} \quad (4.11)$$

$$K_{sl} = \frac{3\alpha_s \alpha_l \rho_s}{4V_{r,s}^2 d_s} C_D \left(\frac{\text{Re}_s}{V_{r,s}} \right) |\vec{V}_s - \vec{V}_l| \quad (4.12)$$

其中 C_D ， Re_s 和 $V_{r,s}$ 的定义如下:

$$C_D = \left(0.63 + \frac{4.8}{\sqrt{\text{Re}_s/V_{r,s}}} \right)^2 \quad (4.13)$$

$$\text{Re}_s = \frac{\rho_l d_s |\vec{V}_s - \vec{V}_l|}{\mu_l} \quad (4.14)$$

$$V_{r,s} = \frac{1}{2} \left(A - 0.06 \text{Re}_s + \sqrt{(0.06 \text{Re}_s)^2 + 0.12 \text{Re}_s (2B - A) + A^2} \right) \quad (4.15)$$

A 和 B 取值如下:

$$A = \alpha_l^{4.14} \quad \text{和} \quad B = \begin{cases} 0.8\alpha_l^{1.28} & \text{if } \alpha_l \leq 0.85 \\ \alpha_l^{2.65} & \text{if } \alpha_l > 0.85 \end{cases} \quad (4.16)$$

4.4 湍流的 κ - ε 模型

湍流的 κ - ε 模型在单相流动或多相流动问题的工程分析中已得到广泛应用。对于多数实际工程应用问题， κ - ε 模型也有效地应用于两相流动的湍流特征分析。在滚筒的公转或自转角速度足够大时，滚筒内的流动过程将从层流转变成湍流。湍流使动量和能量扩散加快，阻力系数也将增大，并随湍流度的增加而增加。因此采用了湍流的 κ - ε 模型计算混合相的湍流动力学过程。

5. 两相流计算方法简介

● 计算方法

根据实验观察和理论分析可知，滚筒内由流体和磨料颗粒所组成的混合介质在重力和离心力作用下的流动过程是一个三维非定常粘性不可压两相流动问题。但是由于滚筒

的轴向尺度远大于其径向尺度，为了便于分析，我们只取滚筒的一个垂直截面上的流动过程来研究，这样问题就简化成一个二维非定常粘性不可压两相流动问题。

在计算中采用粘性两相流体的二维非定常守恒型 Navier-Stokes 方程组，结合湍流的 κ - ϵ 模型来计算和模拟颗粒状固体磨料的主要运动特征，以及相应的湍流输运过程。求解的基本过程是以速度、压力和体积分数等原始函数为求解变量，基于有限体积法对上述二维非定常守恒型 Navier-Stokes 方程组进行空间离散，求解变量设置在各单元中心点。在空间离散时方程组各项均采用一阶迎风格式。采用多相耦合 SIMPLE 算法 (PC-SIMPLE) 同时迭代求解两相流动控制方程，从而获得流体相和颗粒相在每一时刻的浓度、压力和速度分布。

PC-SIMPLE 是广泛使用的 SIMPLE 算法在多相流动领域的推广。工程应用和数值实验表明，上述简化模型在一定条件下是能够模拟大多数两相流动的主要特征。PC-SIMPLE 算法的主要计算思路是：对于给定的压力场，依次耦合求解各相的三个动量方程，得到速度场。由此得到的速度场可能无法使两相的体积分数之和为 1，因此必须对给定的压力场进行修正。将动量方程的离散格式所得到的压力-速度关系式代入体积分数所满足的离散方程得到压力修正方程。通过压力修正方程计算得到改进的压力场。根据新的压力场，进而求出改进的速度场分布。如此反复迭代计算求解，直到体积分数之和为 1 的连续性条件得到满足，计算程序输出收敛的数值解。

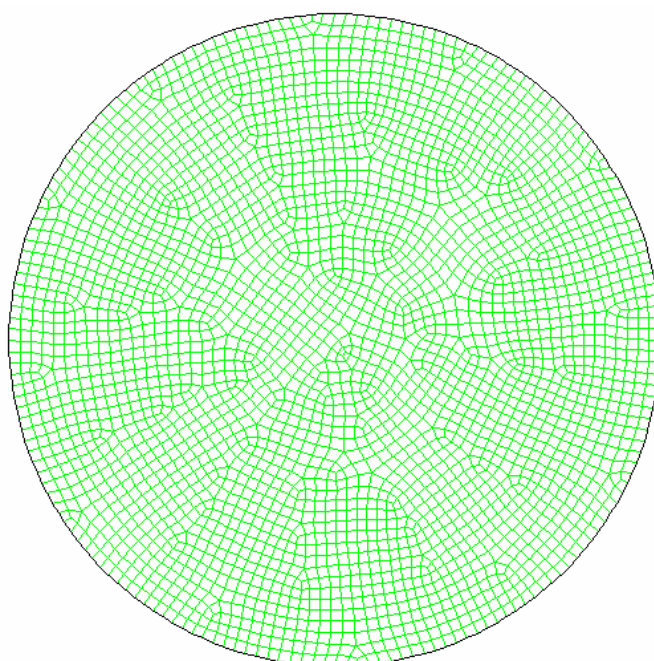


图 2. 计算区域及其网格划分

● 计算区域及其网格划分

滚筒的横截面是半径为 r_0 的圆周，因此计算区域是以该圆周为边界的圆形区域。沿圆周线采用均匀等距的节点，区域内部采用均匀的四边型非结构网格。在我们的计算中，边界单元数为 180 个节点，对应的内部单元总数为 5658，最短边长为 1.26mm，最长 4.25mm；最大的单元面积为 14.6mm²，最小单元面积为 2.62mm²，略大于颗粒的最大截面积 2.25mm²。计算区域及其网格划分见图 2。

6. 计算参数和初边值条件

6.1 计算参数的选择

通过对方程组(4.4)和(4.5)各项的分析可知，滚筒内流体运动的动力学过程主要是四组特性参数决定的，它们是

- 机械结构(转动半径 R 和 r_0)和传动特性(转动角速度 Ω 和 ω)；
- 颗粒和流体的输运特性(密度 ρ_s, ρ_l 和粘性系数 μ_s, μ_l)；
- 颗粒的初始填充比率 α_0 ；
- 滚筒形状和材料特性。

在抛光过程中，重力和转动所产生的离心力是驱动混合流体运动的主要外力，其中离心力的动力学特征依赖于滚筒的运动方式。无量纲参数 $\omega^2 r_0/g$ 和 $\Omega^2 R/g$ 是表征自转和公转离心力的重要参数，表示各离心力与重力的相对比值，两者之比则刻画了自转离心力与公转离心力的相对比值。

滚筒的运动方式是由自转和公转的某种组合决定的，通常用转动比($I=\omega/\Omega$)刻画滚筒运动过程中公转和自转角速度的相对比值。从而，作用在单位质量的颗粒或流体上自转和公转离心力之比($\omega^2 r_0/\Omega^2 R$)与转动比($I=\omega/\Omega$)之间有如下关系：

$$\frac{\omega^2 r_0}{\Omega^2 R} = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^2} \quad (6.1)$$

其中 Ω_0 、 ω_0 和 I_0 分别是特征转动角速度和特征转动比：

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{r_0}}, \quad \Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}, \quad I_0 = \frac{\omega_0}{\Omega_0} = \sqrt{\frac{R}{r_0}} \quad (6.2)$$

Ω_0 、 ω_0 和 I_0 是由行星抛光设备的机械结构和传动特性所决定的。

若以自转角速度 ω 的倒数为特征时间，滚筒半径 r_0 为特征长度，将方程组(4.5)改写成无量纲形式后，方程组中的各项形式基本不变，而作用在流体相和颗粒相上的体力项表达式(4.7)则经过改写呈下列形式：

$$\begin{aligned} \vec{F}_{g,s} &= \alpha_s \rho_s \frac{g}{\omega^2 r_0} (\bar{g}^0 + \frac{\Omega^2 R}{g} \bar{R}^0) = \alpha_s \rho_s (\frac{\omega_0}{\omega})^2 (\bar{g}^0 + (\frac{\Omega}{\Omega_0})^2 \bar{R}^0) \\ \vec{F}_{g,l} &= \alpha_l \rho_l \frac{g}{\omega^2 r_0} (\bar{g}^0 + \frac{\Omega^2 R}{g} \bar{R}^0) = \alpha_l \rho_l (\frac{\omega_0}{\omega})^2 (\bar{g}^0 + (\frac{\Omega}{\Omega_0})^2 \bar{R}^0) \end{aligned} \quad (6.3)$$

其中 \bar{g}^0 和 \bar{R}^0 分别表示重力加速度和公转离心加速度的单位矢量。

从(6.3)式中可以看到离心力和重力之比 $\Omega^2 R/g$ 或 $\omega^2 r_0/g$ 是决定滚筒运动方式及其内部两相流动特征的重要参数。

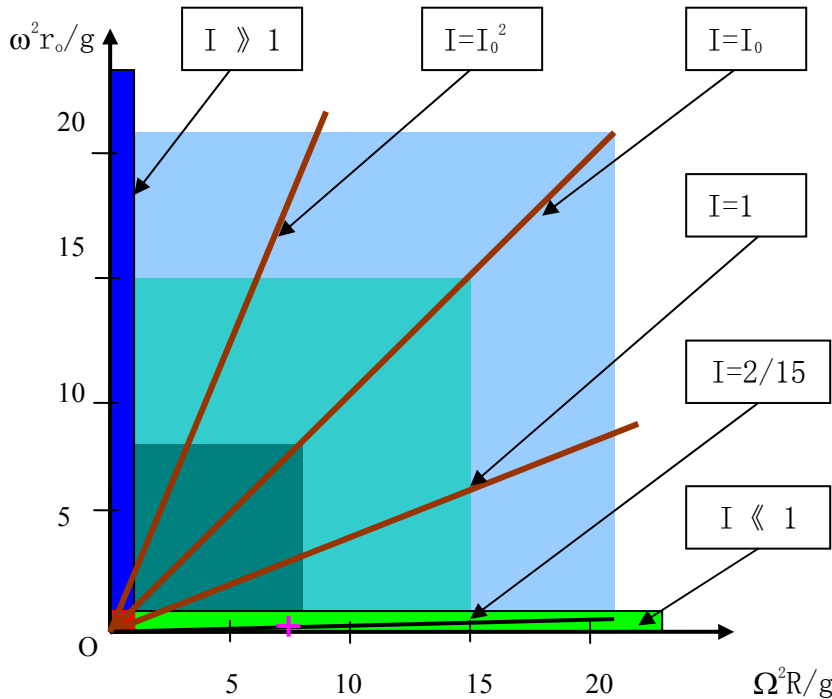


图 3. 离心加速度的相对比值分布和转动比的关系

将 $\Omega^2 R/g$ 和 $\omega^2 r_0/g$ 作为纵坐标和横坐标表示不同的工况条件，在图 2 中过原点的直线表示具有相同转动比的运行工况。而沿直线方向，随着 $\Omega^2 R/g$ 和 $\omega^2 r_0/g$ 的取值增大，重

力的作用将逐渐减弱。在整个由参数 Ω^2R/g 和 ω^2r_0/g 构成的取值范围内，重力对流动特征的影响程度大致划分为三个区域，即重力起主要作用的区域(红色)， $\Omega^2R/g \leq 1$ ， $\omega^2r_0/g \leq 1$ ；重力的影响逐渐减弱至可以忽略不记的区域(白色)， $\Omega^2R/g \gg 1$ ， $\omega^2r_0/g \gg 1$ ；最后是介于两者之间的区域，在该区域中重力的影响随相对离心力值 Ω^2R/g 或 ω^2r_0/g 的大小而变化(兰色)。

转动比的取值可以从零到无穷大，零和无穷大分别对应于只有公转或只有自转的两种简单转动方式，除此之外，转动比的取值中存在着三个特殊值，从而将转动比的取值范围粗略地分为四个区域。这三个特殊值分别是：

- (1). $I=1$, 在此工况下转动角速度相等，即 $\omega = \Omega$;
- (2). $I=I_0$, 在此工况下离心加速度相等，即 $\omega^2r_0 = \Omega^2R$;
- (3). $I=I_0^2$, 在此工况下切向线速度相等，即 $\omega r_0 = \Omega R$;

进一步的分析表明：与空间位置无关的外体力项，如重力加速度 g 和离心加速度 Ω^2R 和 ω^2r_0 总可以通过适当变换将相应离心力的作用等同于静压力，从而使该体力对速度场分布几乎没有影响。例如在 $\Omega^2R/g \gg 1$ 或 $\omega^2r_0/g \gg 1$ 情况，磨料颗粒将被离心力吸附在边壁上，与滚筒处于相对静止状态或近定常运动的状态，对应的压力分布形态近似为

$$p + \Omega^2 \bar{R} \cdot \bar{r} \quad (\text{直线型}) \quad \text{和} \quad p + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \quad (\text{同心圆周型}).$$

为了考察不同工况参数的相互影响和耦合关系，分析和研究滚筒内液体和颗粒的流动形态及其运动特征随工况参数的变化和影响，我们选择了四个转动比所对应的八种工况条件。

为了使计算模拟的结果易于和实验观察进行对比分析，我们首先选择了一组和实验工况接近或相符的参数用于初步计算模拟。取行星轮与中心轮的传动比为 2/15，滚筒的公转角速度为 158 转/分，自转角速度为-21 转/分，“-”表示顺时针旋转。连杆半径为 254mm，滚筒半径为 90mm。从而得到 $\Omega^2R/g=7.1$ ，特征传动比为 $I_0=1.68$ 。基于流体输运特性的流动雷诺数 $Re=\omega r_0^2 \rho/\mu=1.78 \times 10^4$ 。由此可见该组运行参数属于转动比小于 1 的运行方式。

固体磨料颗粒的主要成分是氧化铝，球状颗粒的直径为 1.5mm，计算区域中的等效

面积为 2.25mm^2 ，比重为 2.5g/cm^3 。滚筒内充满了水溶剂和磨料颗粒的混合物。水溶剂的密度为 1.0g/cm^3 ，

在计算中假设滚筒内壁是刚性的光滑壁，混合流体在边壁上满足无滑移刚性边界条件。同时暂不考虑热能传输交换过程。计算的初始条件为零速度分布和均匀分布的大气压力。初始体积分数的分布分为两个区域：上半圆区域中均匀分布的混合流体中，颗粒体积分数是 0.1，流体是 0.9；下半圆区域中，颗粒体积分数是 0.4，流体是 0.6。总体上，颗粒总体积占总容积的 25%，其表观体积约为总容积的 40%。这里假设球型颗粒处于完全堆积状态时的体积分数极限值为 0.63。

此外，计算分析也给出了不同初始填充量对上述流动特征的影响。将滚筒形状改为等六边形后，计算结果初步显示了滚筒形状对上述流动特征的影响。

7. 计算结果及其力学分析

7.1 计算结果

我们完成了四个转动比条件下八个工况的计算模拟。表 1 给出了这八个工况条件的转动角速度及其离心加速度的相对比值，图 4 则揭示了这八个工况条件中各参数之间的关系。

表 1. 八个工况条件中转动角速度及其离心加速度。

ω/Ω	工况编号	ω (rpm)	Ω (rpm)	$\omega^2 r_0/g$	$\Omega^2 R/g$
2/15	1	21	158	0.044	7.09
	2	36	266	0.13	20.1
1.00	3	158	158	2.51	7.09
	4	266	266	7.12	20.1
1.68	5	266	158	7.12	7.09
	6	447	266	20.1	20.1
2.83	7	447	158	20.1	7.09
	8	266	94	7.12	2.51

工况 1 的参数取自于实际运行参数，工况 2 的转动比与工况 1 相同，但等倍数地提高了滚筒的公转和自转角速度。从工况 3 至工况 8 则是选择了三个特殊转动比值，它

们分别对应于等角速度、等离心力和等切向速度的三种情况。同时从图 4 中各工况参数的相互关系可以看到，工况 3，4，8 中自转角速度保持不变；工况 1，3，5，7 中公转角速度保持不变。工况 3 和工况 4 中自转的离心加速度分别与工况 8 和工况 7 的公转离心加速度相同，而同时工况 3 和工况 4 中的公转离心加速度分别与工况 8 和工况 7 的自转离心加速度相同。

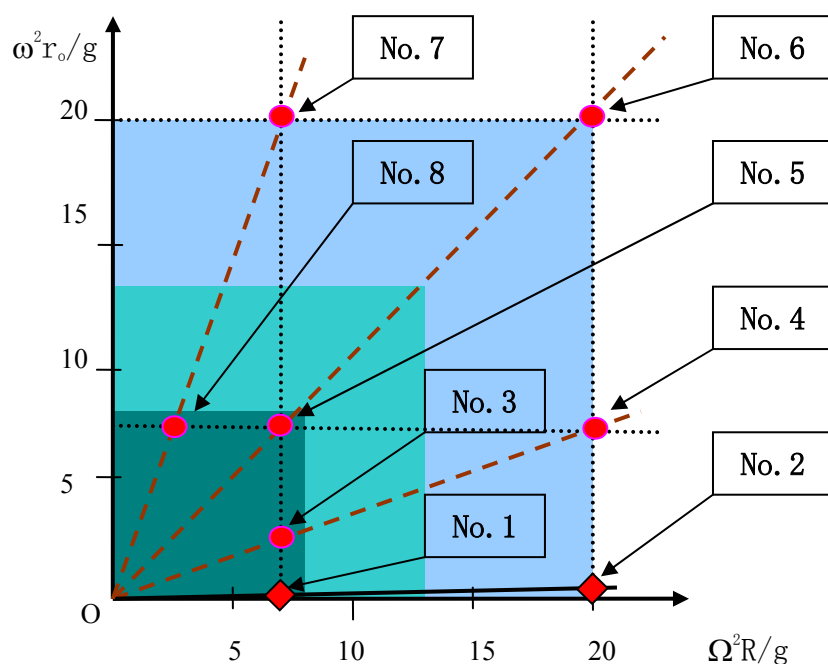


图 4. 八个不同工况条件的计算参数分布关系

八个工况的计算模拟过程是从滚筒内流体介质的流动达到稳态开始的。此时将磨料颗粒均匀分布在上下两个半圆区域中，20%均匀分布在上半圆中，80%均匀分布在下半圆中，颗粒的总量占总容积的 25%。在圆周的水平中线上形成一条颗粒浓度分界线。以下是四个转动比值的八个工况计算模拟结果的具体分析。为了对比同一转动比的两种工况的流态特征，在下列附图中以并列方式给出同组两种工况的相应分布图。

7.1.1 工况 1 和工况 2 的计算结果

工况 1 和工况 2 的计算过程是针对实验观测所对应的一组参数而设定的。转动比为 2/15，相对自转离心力为 0.04，相对公转离心力为 7.09。图 5 给出了磨料颗粒的体积分数分布云图，该分布云图反映了颗粒流的浓度分布特征。首先滚筒内的磨料颗粒和流体之间形成较为明显稳定的界面，界面呈 S 形状。界面左侧的颗粒浓度较高，意味着有

较多的磨料颗粒，体积分数接近 0.63 的部分区域表明颗粒处于堆积状态；另一侧的颗粒体积分数小于 0.1，表明颗粒浓度极低。

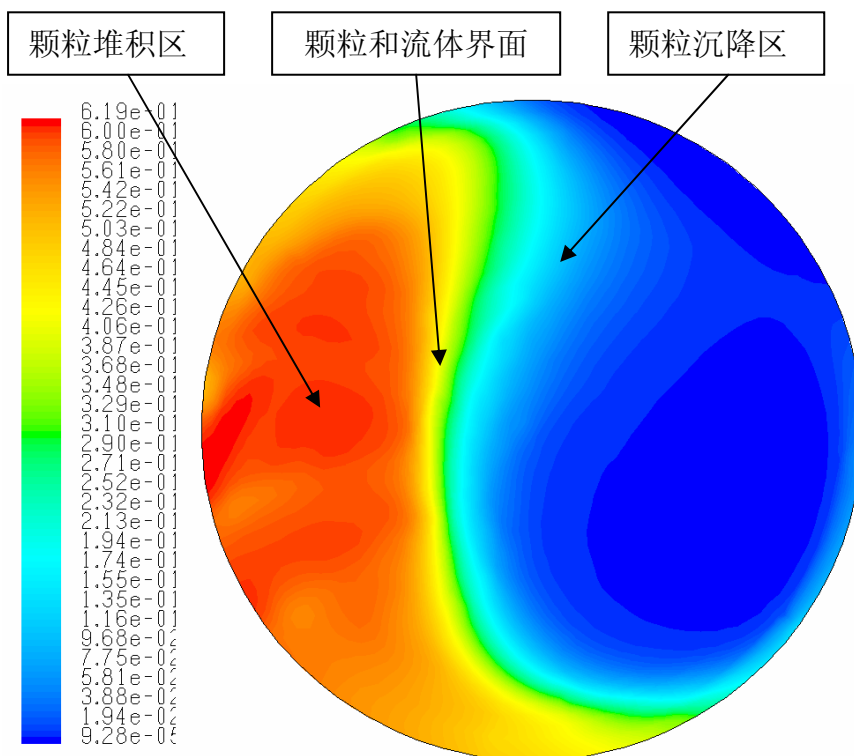


图 5a. S 型流动形态的颗粒体积分数分布图。

$$\Omega=158\text{rpm}, \omega=-21\text{rpm}, \alpha_0=0.25$$

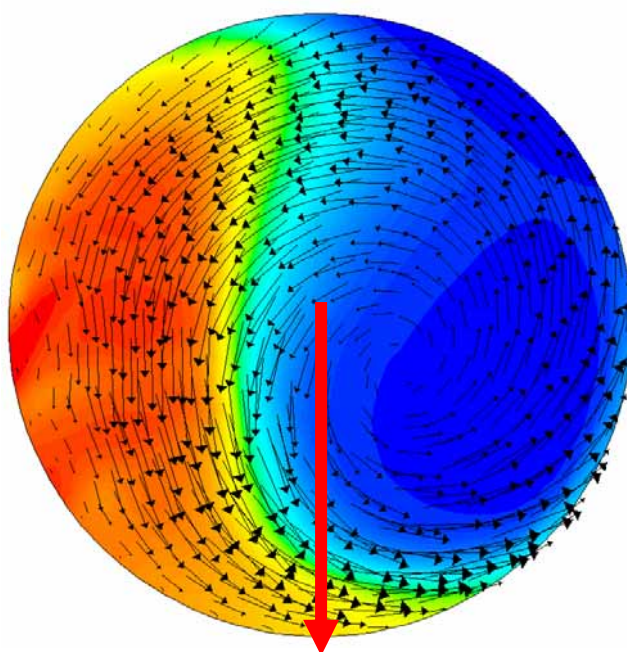


图 5b. S 型流动形态的颗粒浓度和速度矢量分布图。

$$\Omega=158\text{rpm}, \omega=-21\text{rpm}, \alpha_0=0.25$$

图 5b 是将颗粒运动速度矢量和浓度分布叠加在同一幅图中，同时也将公转离心力方向标记在图中（红色箭头），由此可见在 S 型界面的中部附近，颗粒的运动速度远大于其它区域的流动速度，速度方向也趋于界面切线方向。而在高浓度颗粒堆积区，颗粒运动速度极小，表明颗粒处于接近堆积的相对静止状态。

从工况 1 和 2 的磨料颗粒体积分数云图随时间演变的动画中截取了三个时刻的片段并列显示在图 6a 中，图 6b 和图 6c 显示了相应的静压和速度矢量分布，由此揭示了颗粒流动的几种重要分布形态。滚筒的转动初期，颗粒的浓度界面从开始的直线形状演变成 S 形状的分界面，界面稳定且其转动方向和周期与公转一致，与此对应的流动状态称之为 S 型流态。在滚筒的自转影响下，S 型界面的转动相位不断滞后于公转周期，磨料颗粒和液体之间的界面也逐渐变形直至破碎。工况 1 的流动形态经历了从 S 型到不稳定的过渡流态，又经过了数个公转周期后，颗粒浓度的流动形态重新回到稳定的 S 型流态。此后 S 型流态的再次不稳定发展使颗粒和流体充分混合，颗粒和液体之间不再形成稳定的明显界面，仅在流体内部形成局部高浓度颗粒堆积区，这种在内部形成的局部堆积的流动形态称之为 R 型流态。

而工况 2 的流动过程与工况 1 基本类似，同样经历了稳定的 S 型流态到非稳定过渡流态的演变，但工况 2 的流动比工况 1 更快的达到充分混合的 R 型流态。

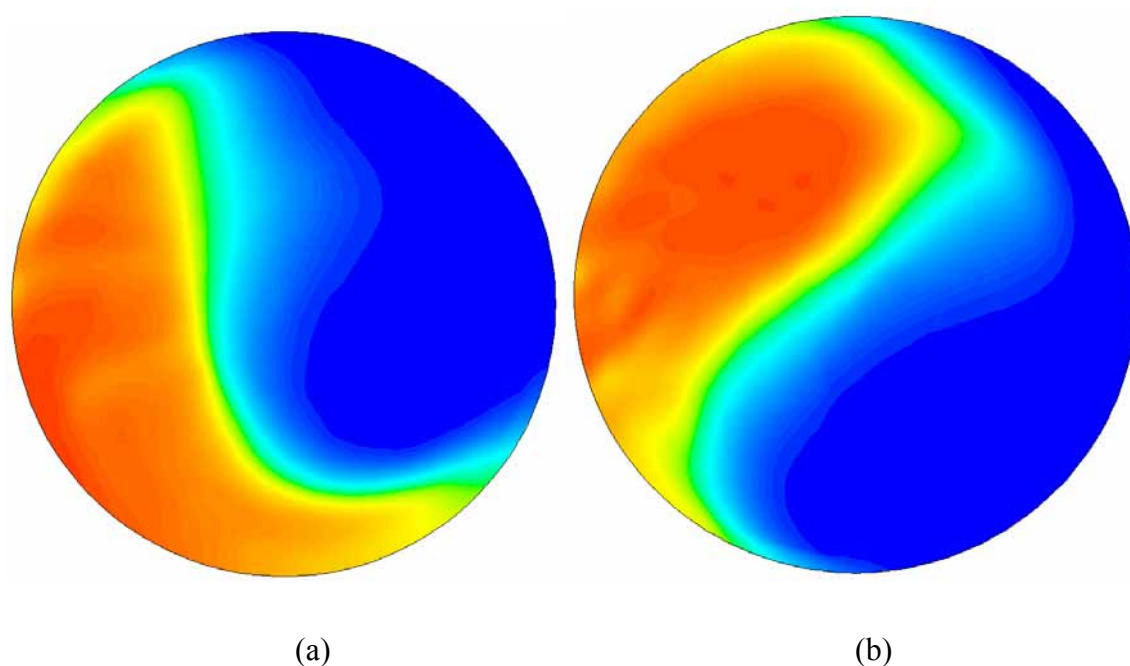


图 6a. 转动比为 2/15 时 S 型稳定流态的颗粒体积分数云图 ($\alpha_0=0.25$)
 (a). No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$), (b). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$)

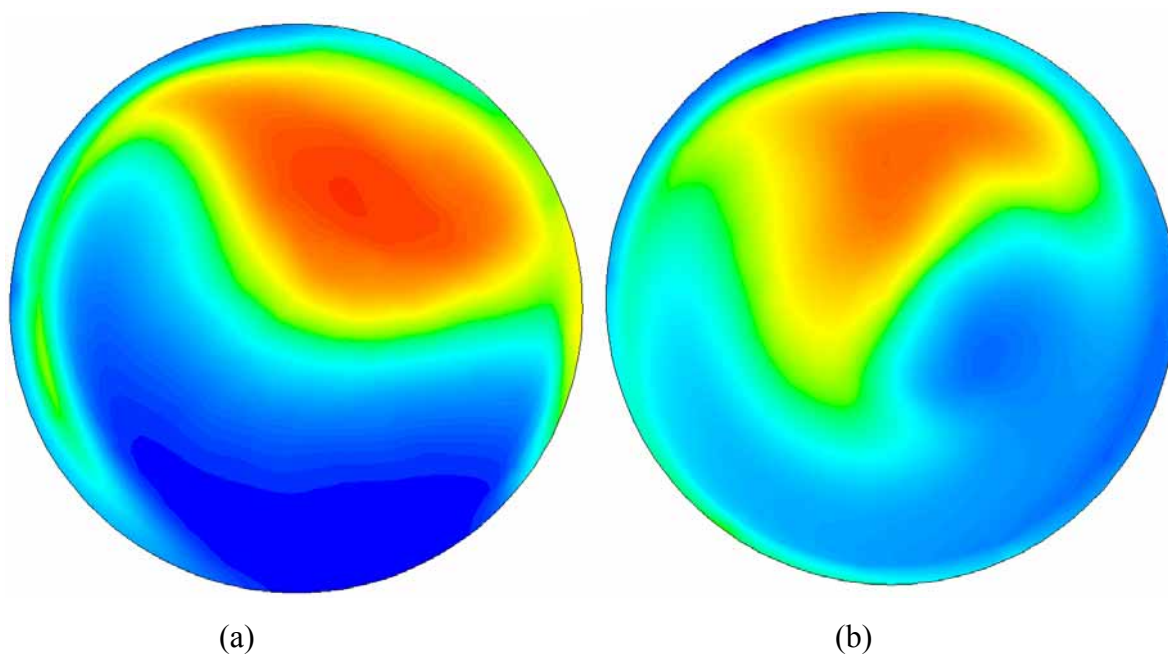


图 6b. 转动比为 2/15 时不稳定过渡流态的颗粒体积分数云图 ($\alpha_0=0.25$)
 (a). No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$), (b). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$)

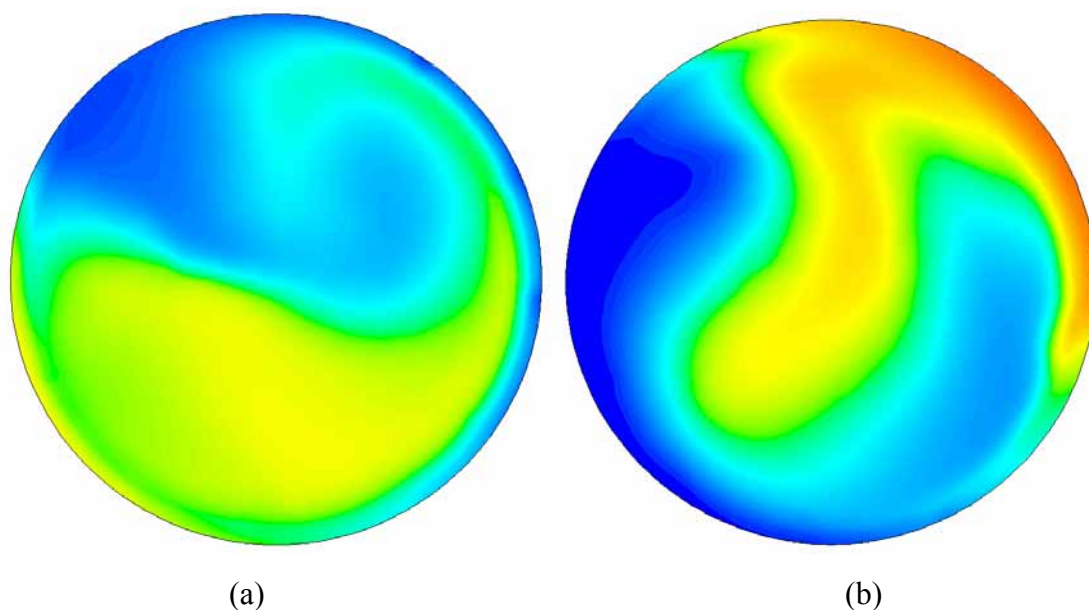


图 6c. 转动比为 2/15 时R型稳定流态的颗粒体积分数云图 ($\alpha_0=0.25$)
 (a). No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$), (b). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$)

图 7 对比列出了一个公转周期中不同角度上的浓度分布。图 7a 表明 S 型流态的体积分数分布云图以及界面的形状在不同转动角度上基本相似, 并且随着离心力的周期性转动, 界面的位置也呈现近似周期性的变化。上述分布特征与颗粒分布的高速摄影实验观察结果基本相符。图 7b 是将四个特殊角度的分布图回旋相应角度后重新排列以便对

比分析。由于重力方向与公转离心力的合力在上半圆区域中小于下半圆区域的对称位置，因此在上下两个半圆区域，颗粒浓度的分布形态存在一定的差异，因此在不同位置处，颗粒和液体之间的界面形态略有改变。

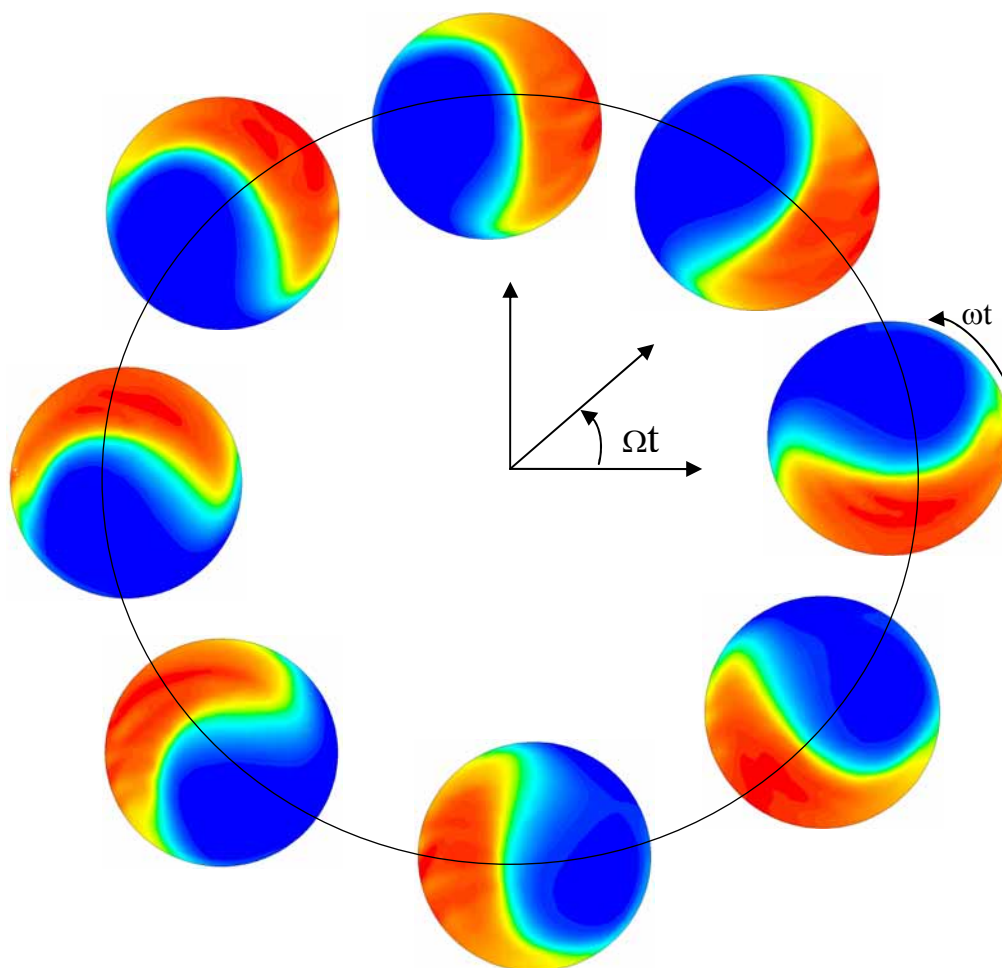


图 7a. 不同转动角度的体积分数云图
No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$, $\alpha_0=0.25$)

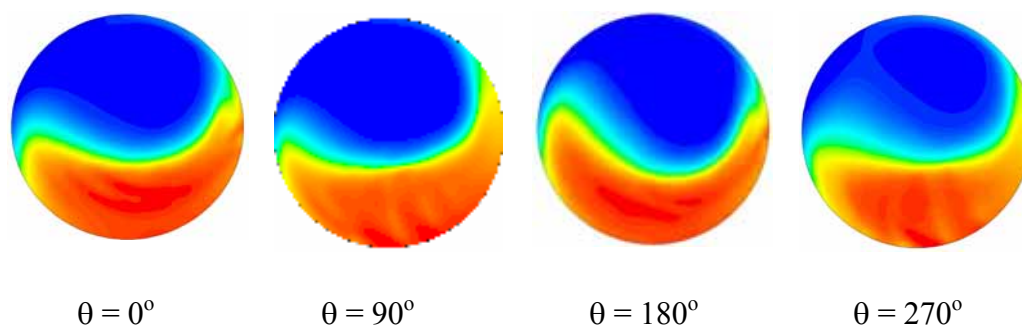


图 7b. 颗粒界面在不同转动角度的形态对比
No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$, $\alpha_0=0.25$)

图 8a和图 8b分别给出了S型流态和R型流态静压分布图。公转离心力的方向均为 270° ，充分混合的流态静压基本呈直线型，等压力线的梯度方向与公转离心力一致；而S型流态的静压分布呈U型，分界面两侧存在一定的压差，高浓度颗粒堆积区的压力较高，低浓度区则较低。

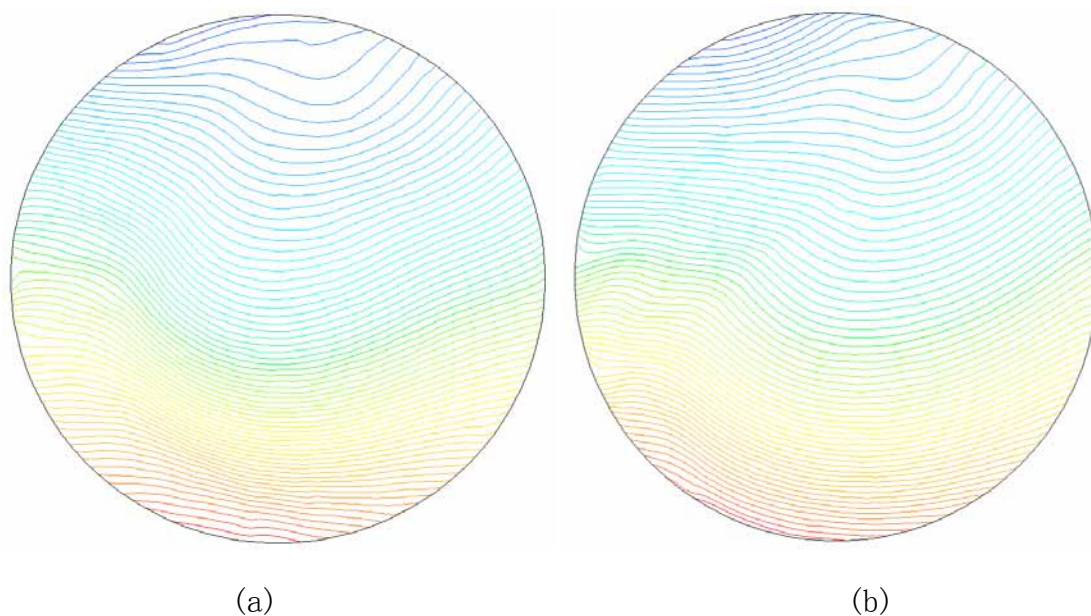


图 8a. 转动比为 2/15 时S型流态的静压等值线分布 ($\alpha_0=0.25$)
 (a). No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$), (b). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$)

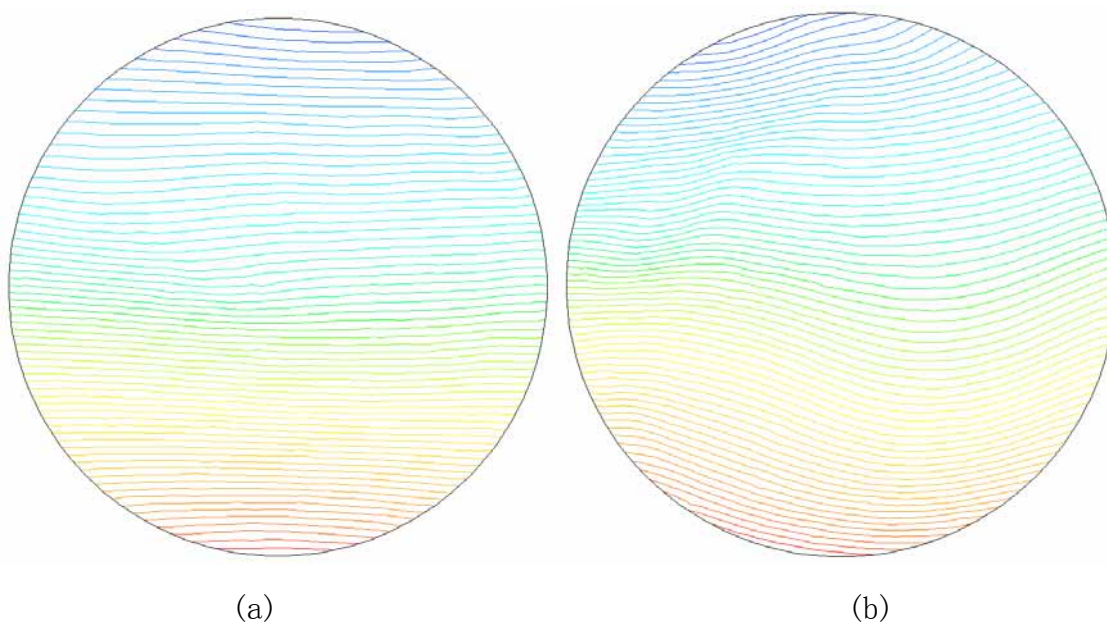


图 8b. 转动比为 2/15 时R型流态的静压等值线分布 ($\alpha_0=0.25$)
 (a). No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$), (b). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$)

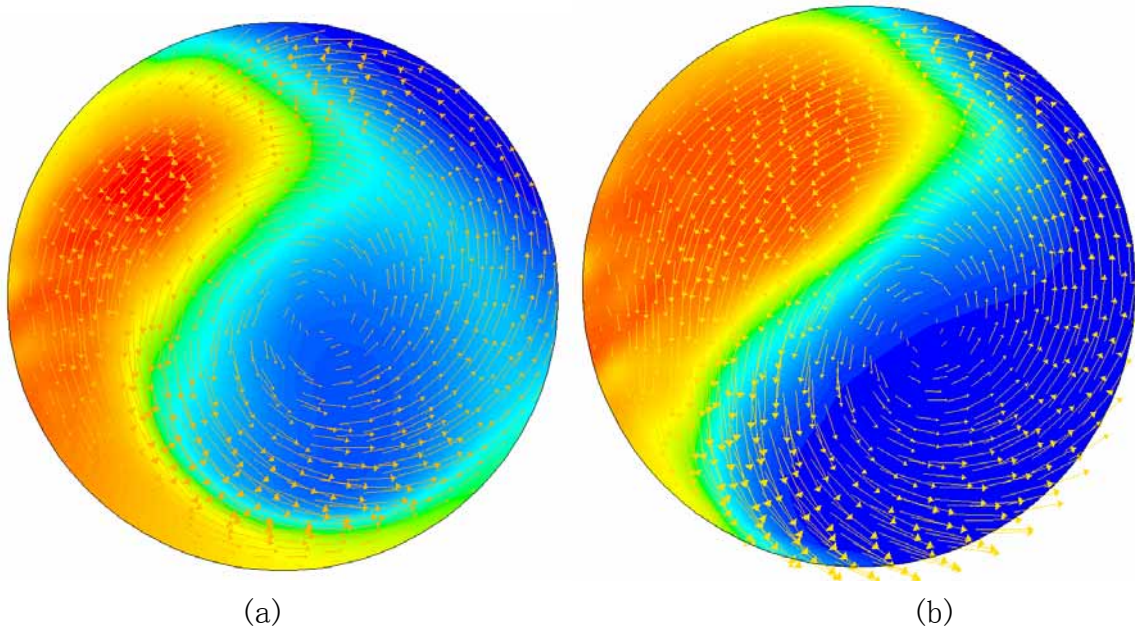


图 9a. 转动比为 2/15 时 S 型流态的体积分数和速度矢量分布图 ($\alpha_0=0.25$)
 (a). No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$), (b). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$)

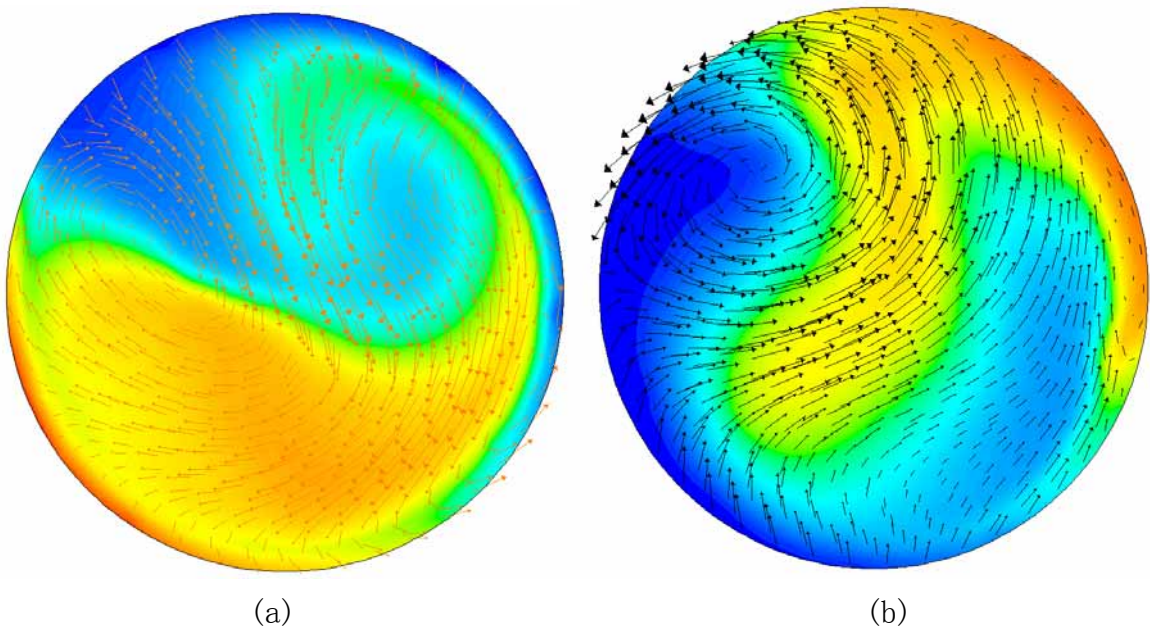


图 9b. 转动比为 2/15 时 R 型流态的体积分数和速度矢量分布图 ($\alpha_0=0.25$)
 (a). No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$), (b). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$)

图 9 则给出了磨料颗粒的速度矢量分布图，显示了在流固两相界面附近，固体颗粒的速度有比较大的平行分量，而在颗粒的低浓度区内则有较大的垂直分量。若以公转矢径为界限，迎面转动的半侧以流体为主，而磨料颗粒主要聚集在后半侧。在后半侧底部的磨料颗粒堆积区底部，颗粒和液体的速度都几乎为零，表明处于相对静止状态。而

在前半侧的前缘区域，尽管颗粒的浓度较低，但颗粒和液体的则有较大的切向分量，表明沿界面运动速度较高的液体带动颗粒快速侵入前缘区域，形成界面 S 形状的一端。

7.1.2 工况 3 和工况 4 的计算结果

在工况 3 和工况 4 的流动过程对应于转动比 $I=1$ 的情况，根据 6.1 式给出的关系，转动比 $I=1$ 时自转离心力与公转离心力之比仍小于 1，因此公转离心力依然起主要作用。从图 10 所示的颗粒浓度分布云图可见，颗粒和流体的分界线还存在，流动形态的变化随着转动角度呈现不稳定的周期性演变。这种流动形态在上节中称之为 R 型流态。

图 10a 并列给出了工况 3 和 4 条件下颗粒流动形成初期稳定流态的体积分数云图。图 10b 并列给出了两种工况条件下颗粒和流体达到充分混合后的流动形态。工况 3 和 4 的分布形态都经历了两种流态，工况 3 的初期稳定流态与 S 型流态相似，呈半圆形。混合过程经历数个公转周期后，颗粒和液体之间的界面已不明显，最大颗粒浓度降低到堆积浓度的 60%。工况 4 的初期稳定流态与工况 3 的初期流态类似，但工况 4 的充分混合流态形成了封闭型的圆形结构，颗粒在边壁附近的浓度明显高于内部流场。颗粒沿圆筒边壁呈环形分布的流动形态称之为 O 型流态。

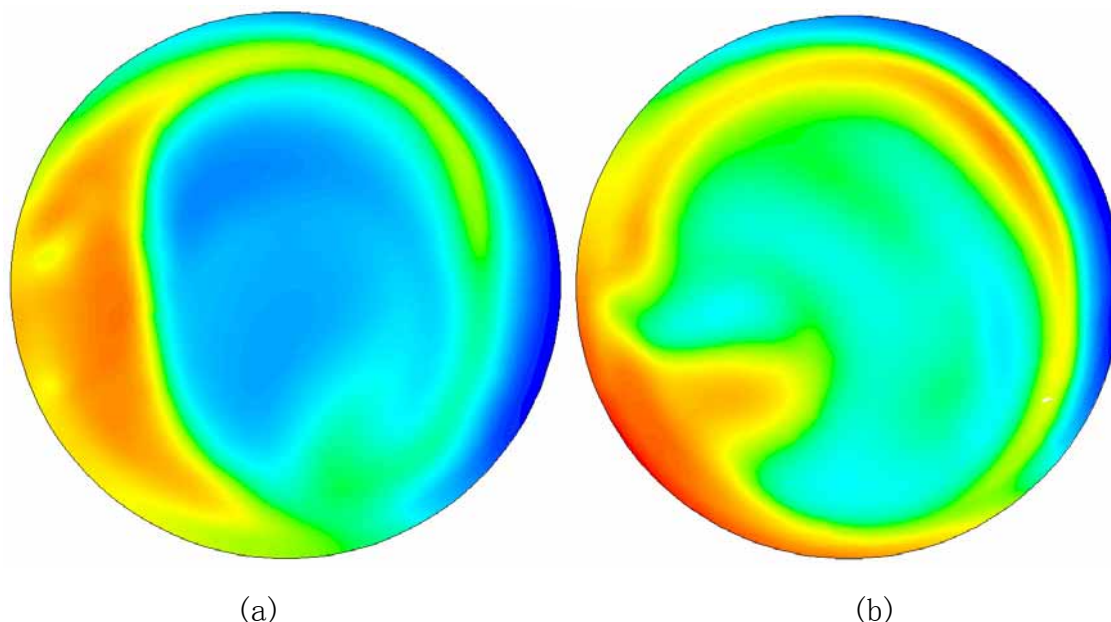


图 10a. 转动比 $I=1$ 时 R 型流态的颗粒体积分数云图。 ($\alpha_0=0.25$)

(a). No. 3 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-158\text{rpm}$), (b). No. 4 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

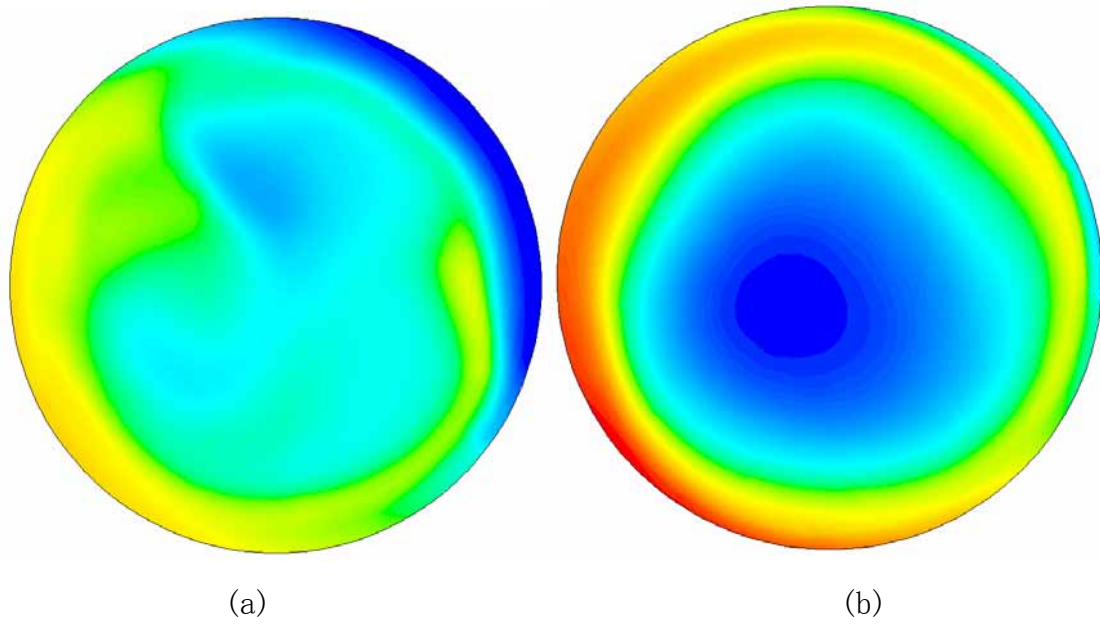


图 10b. 转动比 $I=1$ 时O型流态的体积分数云图。 $(\alpha_o=0.25)$

(a). No. 3 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-158\text{rpm}$), (b). No. 4 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

图 11a和图 11b分别给出了工况 3 和工况 4 的两种流态的静压分布图。公转离心力的方向均为 270° ，两种流态的流态静压基本呈直线型，等压力线的梯度方向与公转离心力一致；而O型流态的静压已呈现出少量的弧度。

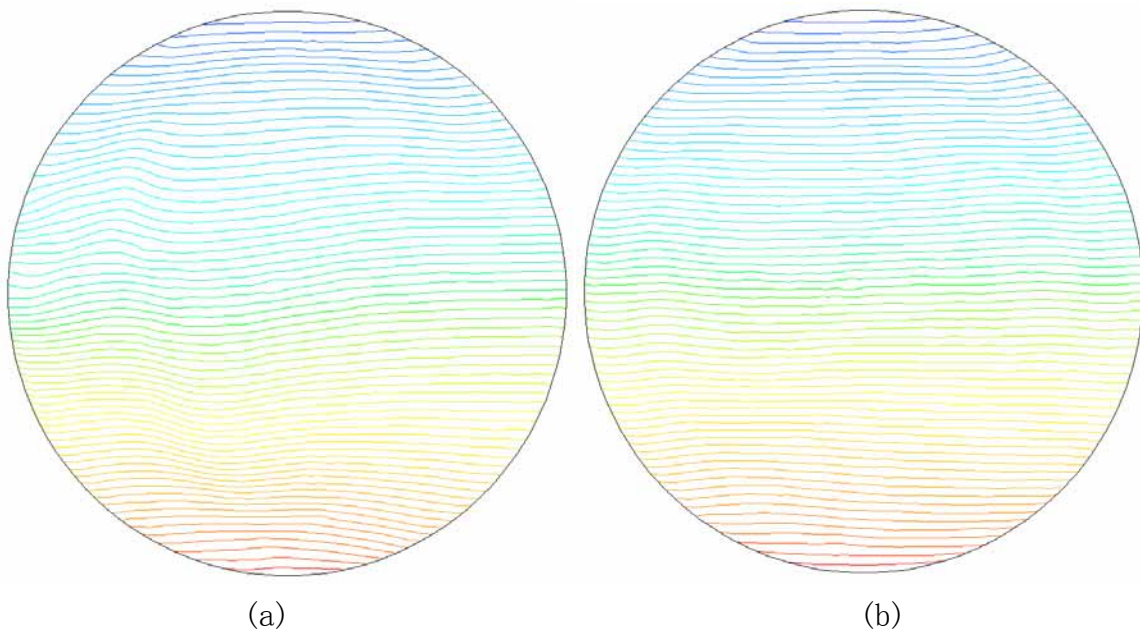


图 11a, 转动比 $I=1$ 时R型流态的静压等值线。 $(\alpha_o=0.25)$

(a). No. 3 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-158\text{rpm}$), (b). No. 4 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

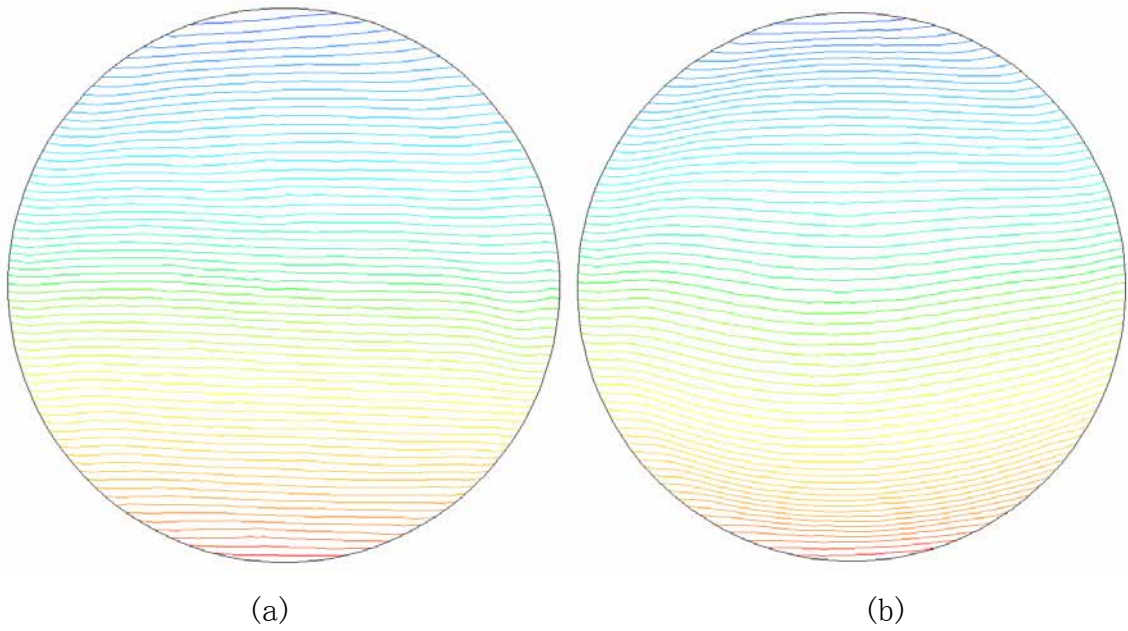


图 11b, 转动比 $I=1$ 时0型流态的静压等值线。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 3 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-158\text{rpm}$), (b). No. 4 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

图 12a 和图 12b 则给出了磨料颗粒的速度矢量分布图, 显示了固体颗粒的速分布特征随流态的演变而变化。对比 S 型和 0 型流态的速度分布可见, S 型流态的最大速度发生在高浓度颗粒与流体的分界面附近, 而 0 型流态最大速度发生在滚筒边壁附近。

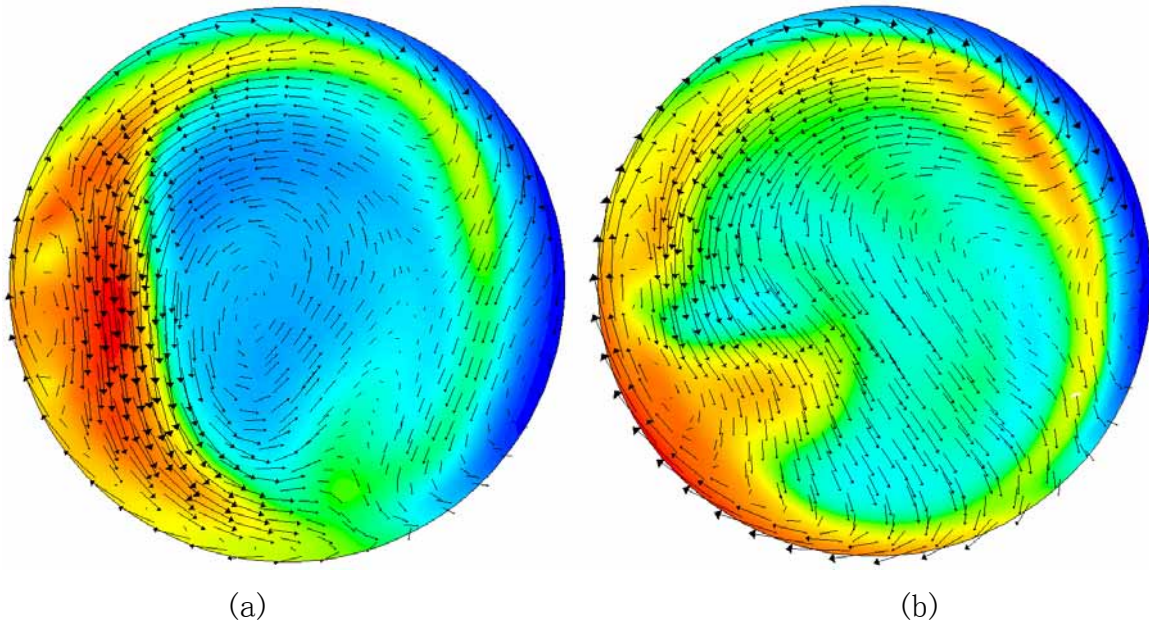


图 12a. 转动比 $I=1$ 时R型流态的体积分数和速度矢量分布图。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 3 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-158\text{rpm}$), (b). No. 4 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

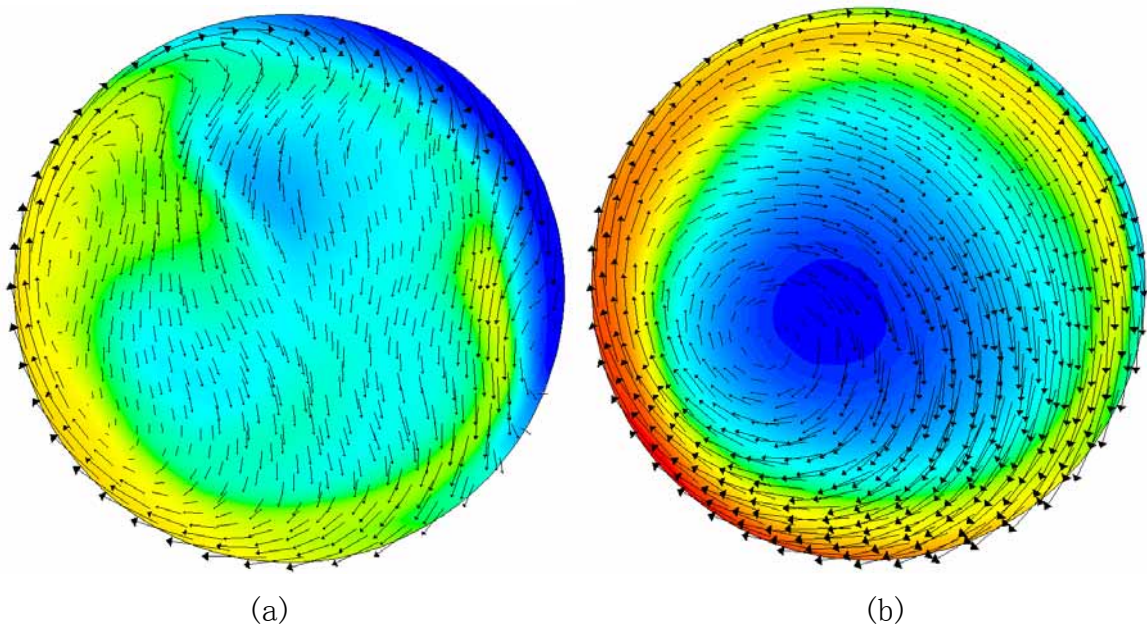


图 12b. 转动比 $I=1$ 时0型流态的体积分数和速度矢量分布图。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 3 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-158\text{rpm}$), (b). No. 4 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

7.1.3 工况 5 和工况 6 的计算结果

工况 5 和工况 6 的流动过程对应于公转和自转离心力的比值为 1 的情况，这表示公转和自转离心力在流动过程都将起重要作用。图 13 显示了工况 5 和工况 6 条件下的颗粒流动所经历的两流态。

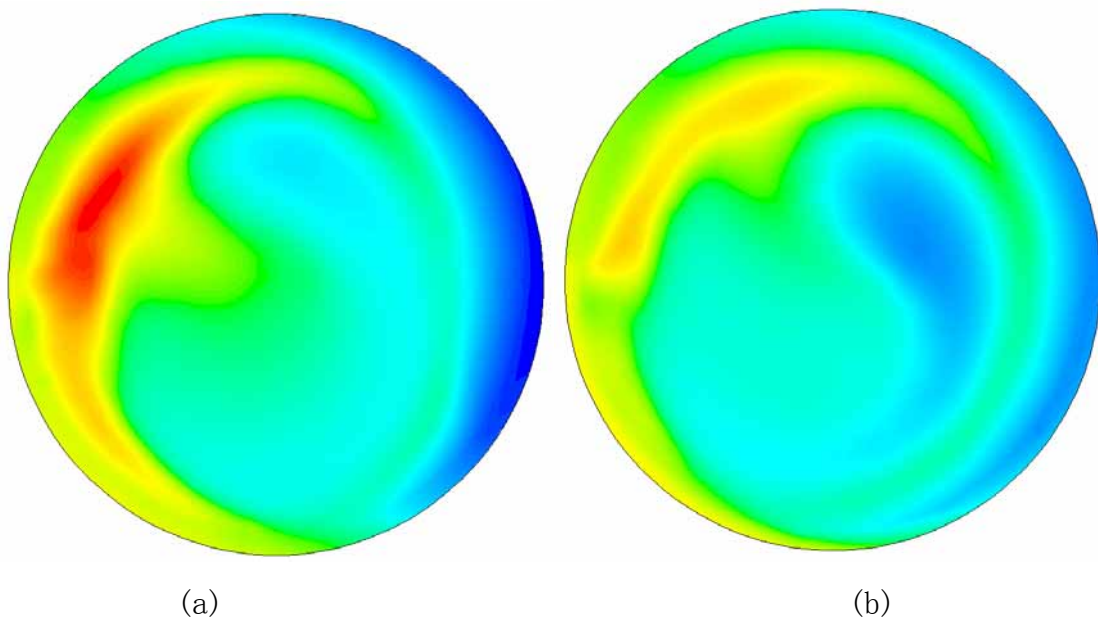


图 13a. 转动比 $I=I_0$ 时初期稳定流态的颗粒体积分数云图。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 5 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$), (b). No. 6 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$)

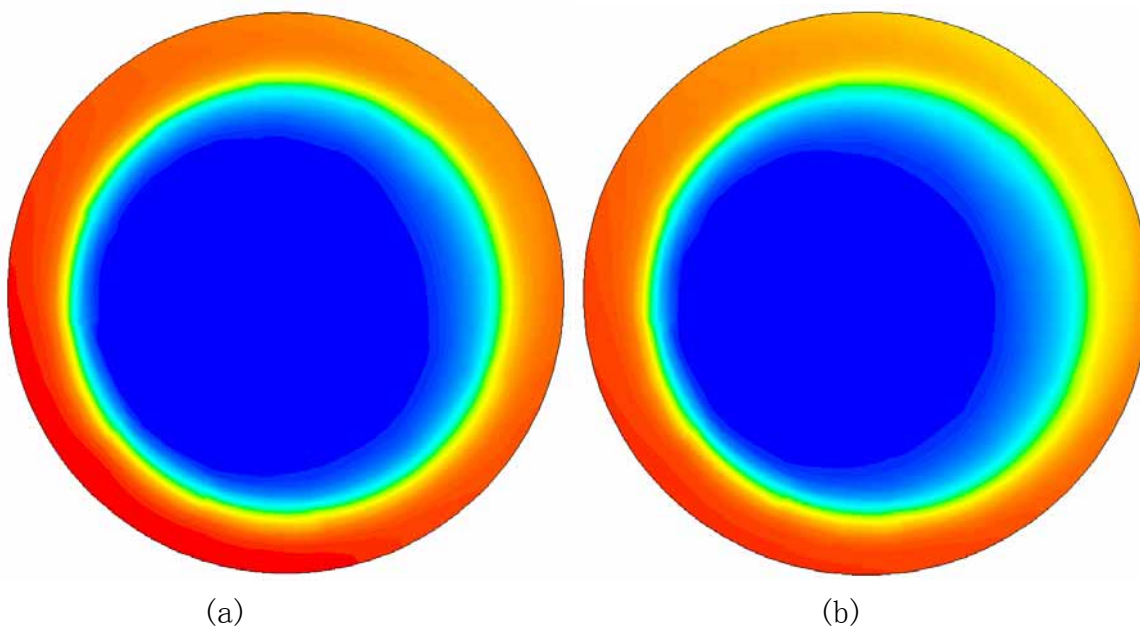


图 13b. 转动比 $I=I_0$ 时0型流态的颗粒体积分数云图。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 5 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$), (b). No. 6 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$)

图 13a 是颗粒流动达到初步稳定流态的体积分数云图，表明流态呈半圆形。图 13b 是颗粒流动达到稳定流态的体积分数云图，达到充分混合后的流动形态已接近环行分布的 0 型流态。0 型流态中颗粒和流体的分界线呈现偏心圆形态，并且其中心位置随转动而稳定地旋转。

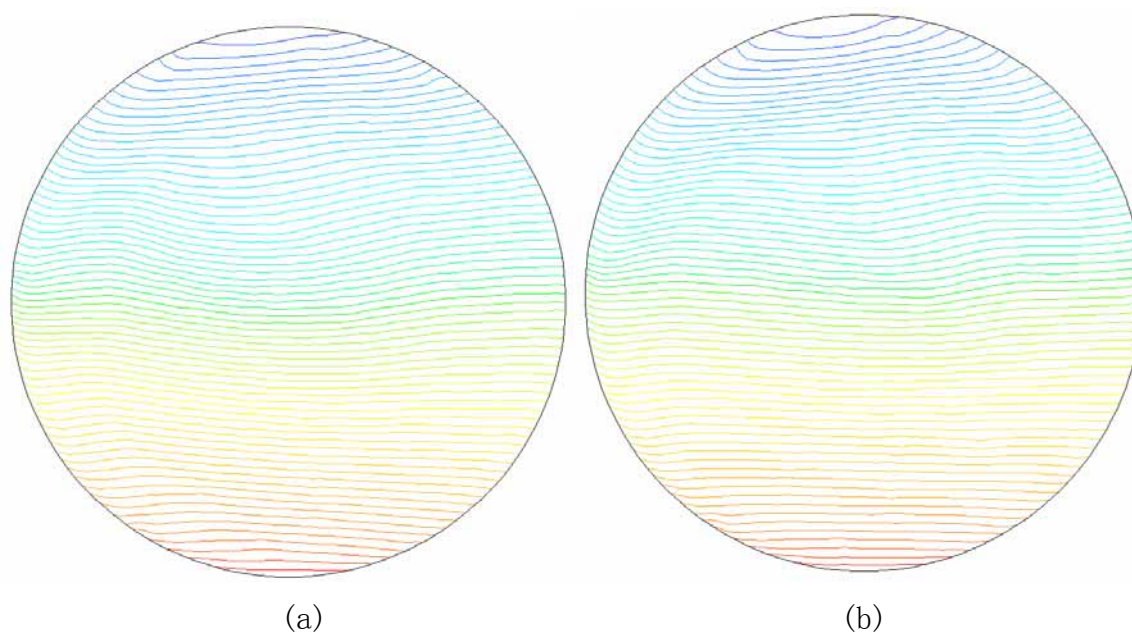


图 14a, 转动比 $I=I_0$ 时初期稳定流态的静压等值线。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 5 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$), (b). No. 6 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$)

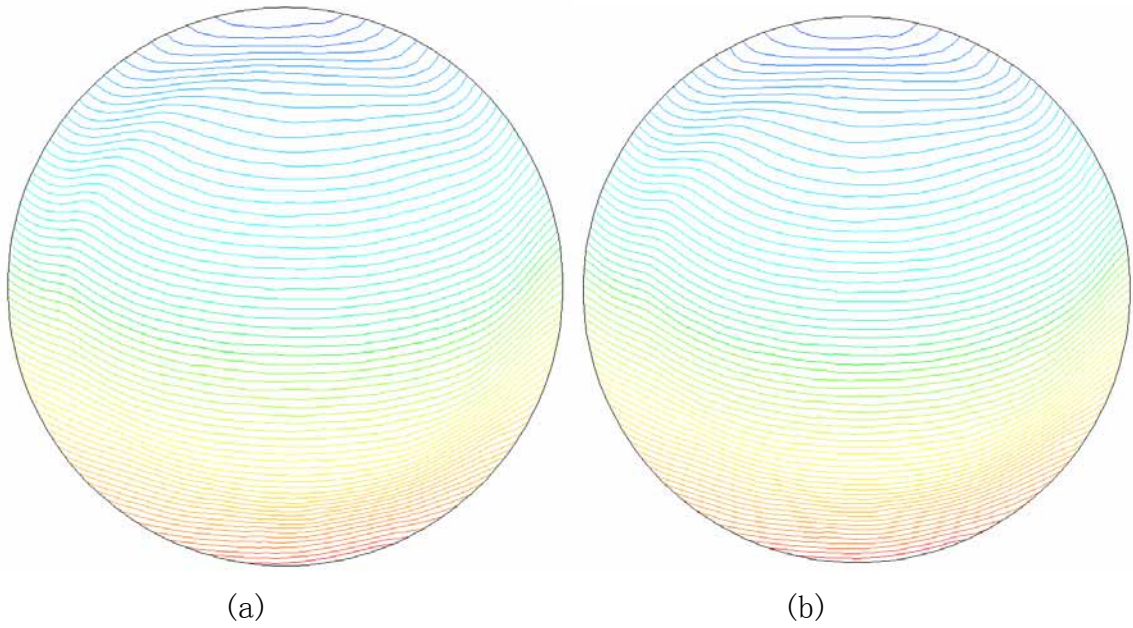


图 14b, 转动比 $I=I_0$ 时0型流态的静压等值线。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 5 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$), (b). No. 6 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$)

图 14a和图 14b分别给出了图 13 中两种流态的静压分布图。公转离心力的方向均为 270° ，两种流态的静压等值线呈微弱的弧线型，等压力线的梯度方向与公转离心力一致。

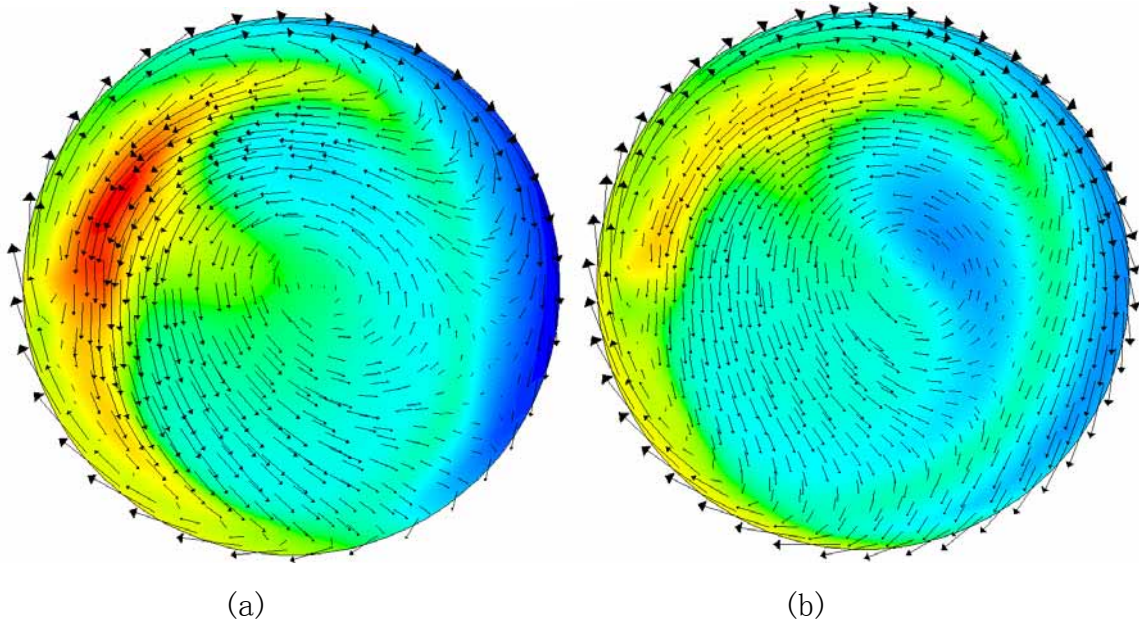


图 15a. 转动比 $I=I_0$ 时稳定流态的体积分数和速度矢量分布图。 $(\alpha_0=0.25)$

(a). No. 5 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$), (b). No. 6 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$)

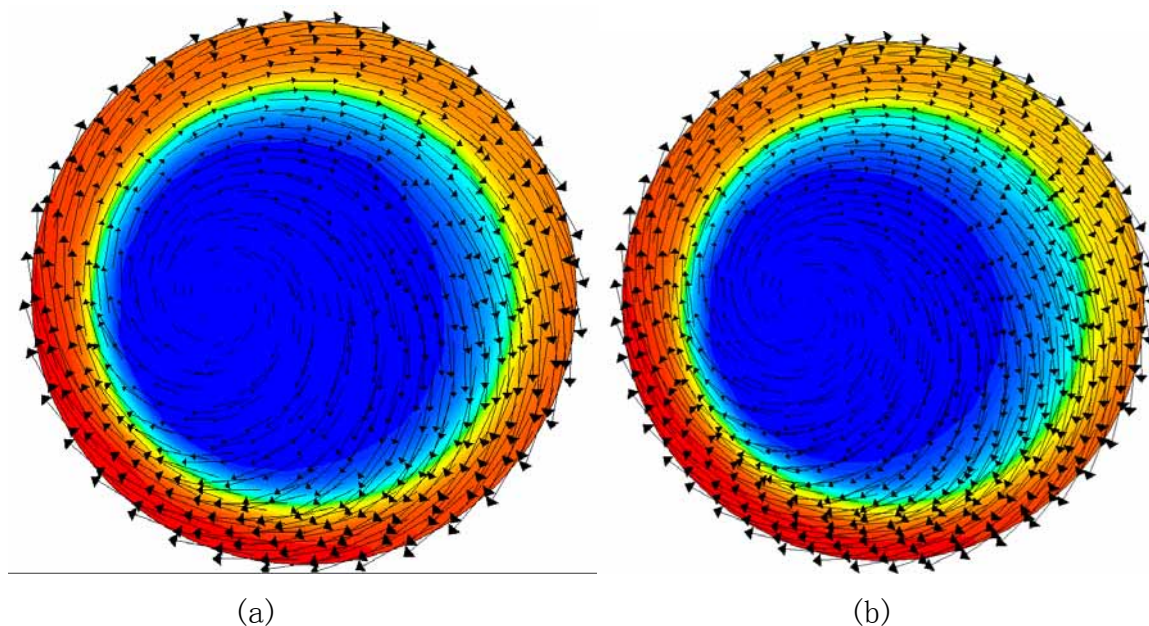


图 15b. 转动比 $I=I_0$ 时0型流态的体积分数和速度矢量分布图。 $(\alpha_0=0.25)$
 (a). No. 5 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$), (b). No. 6 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$)

图 15a 和图 15b 则给出了磨料颗粒的速度矢量分布图，参照颗粒的浓度分布特征可见，颗粒在滚筒边壁附近的速度最大，速度方向与作环形流动的切线方向平行。

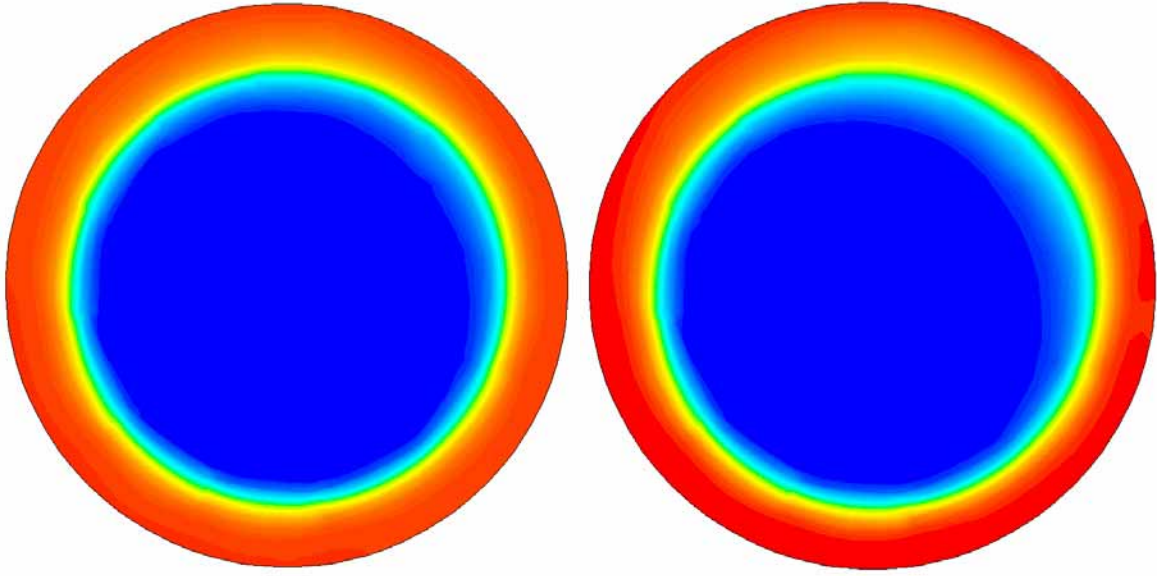
7.1.4 工况 7 和工况 8 的计算结果

工况 7 和工况 8 的计算参数是转动比为 $I_0^2=2.83>1$ 的情况，因此自转离心加速度的影响占主导地位，颗粒流动的浓度和压力分布形态均呈同心圆。最大值速度产生在边界上，速度矢量均沿同心圆的切线方向。

图 16 显示了工况 7 和工况 8 条件下颗粒流动流态的体积分云图，达到充分混合后的流动形态呈同心圆分布的 0 型流态。颗粒和流体的分界线则形成稳定的环状分布。

图 17 则给出了工况 7 和工况 8 的流态静压分布。公转离心力的方向均为 270° ，两种流态的静压等值线呈弧线型，等压力线的最大梯度方向与公转离心力一致。

图 18 给出了工况 7 和工况 8 的磨料颗粒速度矢量分布图，参照颗粒的浓度分布特征可见，颗粒在滚筒边壁附近的速度最大，速度方向与环形流态的切线方向平行。

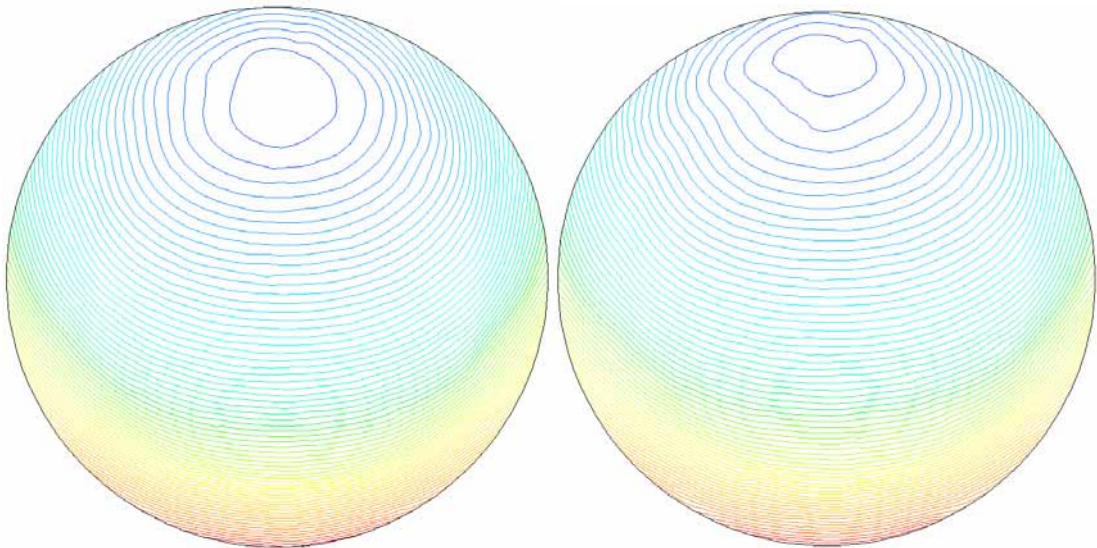


(a)

(b)

图 16. 转动比为 I_0^2 时三种流动形态的颗粒体积分数云图。 ($\alpha_0=0.25$)

(a). No. 7 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$), (b). No. 8 ($\Omega=94\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)



(a)

(b)

图 17. 转动比为 I_0^2 时颗粒流动的静压等值线。 ($\alpha_0=0.25$)

(a). No. 7 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$), (b). No. 8 ($\Omega=94\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

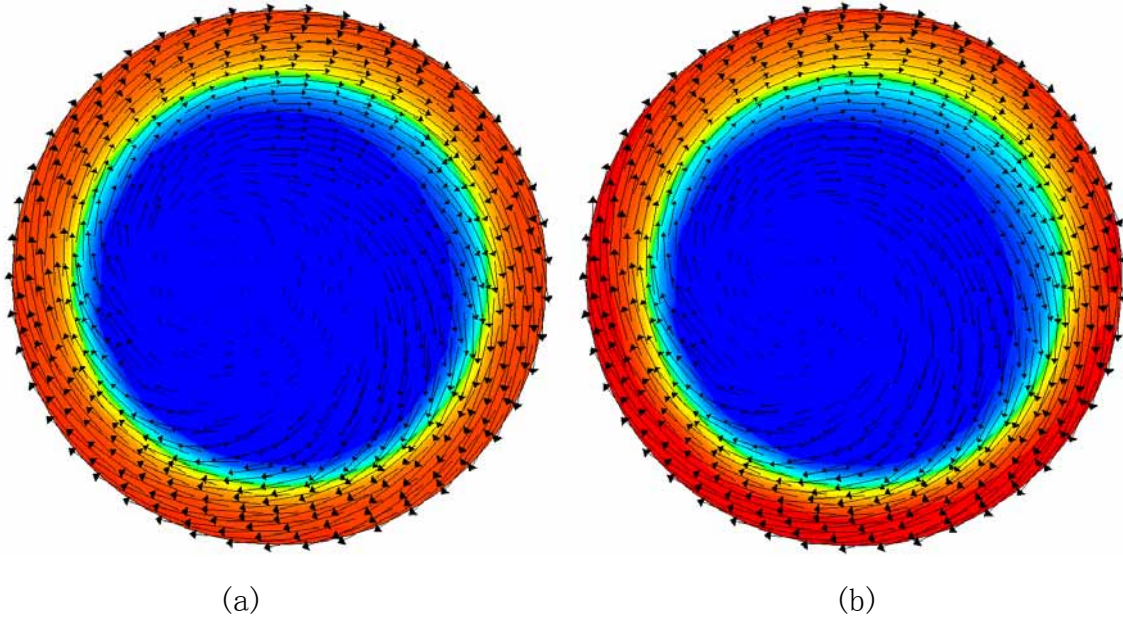


图 18. 转动比为 I_0^2 时颗粒流动的体积分数和速度矢量分布图。($\alpha_0=0.25$)

(a). No. 7 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-447\text{rpm}$), (b). No. 8 ($\Omega=94\text{rpm}$, $\omega=-266\text{rpm}$)

7.2 计算结果的力学分析

上节给出的八个工况条件的流动过程模拟，揭示了行星滚筒的运动方式和颗粒流动的分布形态之间所存在的动力学关系，以下讨论是对这种关系的力学分析。

7.2.1 转动比对颗粒流动模态的影响

通过分析工况 1 和 2，工况 7 和 8 的计算结果，颗粒流动的分布形态及其动力学特征可分为公转离心力占优的 S 型流态和自转离心力占优的 O 型流态，分别对应于极小转动比和极大转动比的两种滚筒运动方式。介于两者之间的颗粒流动过程中，颗粒浓度、压力和速度等分布特征则随着自转和公转角速度从小到大的变化而显示出稳定或不稳定的各种流动模态。图 10b，图 13b 和图 18 中显示了流态随公转角速度变化的演化过程；而图 6c，图 10b，图 13b 和图 18 则显示了流态随自转角速度变化的演化过程。根据转动比和离心力相对比值的关系式 (6.1) 和方程式 (6.3)，转动比的改变对流动模态的变化影响最大，而沿转动比为常数的直线方向上，颗粒流动模态及其分布特征具有相似性，图 6a, 图 6c, 图 10b, 图 13b, 以及图 18 中的流态对比清楚地表明这一点。

在转动比由小到大的过程中，等转速比 ($I=1$)、等离心力比 ($I=I_0$) 和等线速度比 ($I=I_0^2$) 所对应的三个特殊转动比值将流态的变化细分成更多的亚型流态。均匀同向分布的公转离心力驱动颗粒更多地向滚筒边壁的另一侧堆积，不断沉降的颗粒形成相对速度较低的聚集区，当颗粒体积分数接近颗粒堆积极限值时，开始形成颗粒浓度较高、相对速度更

小的堆积区。堆积区外的流体以较高的速度带动颗粒沿界面移动，形成不断移动的颗粒和流体界面。因此颗粒浓度分布呈现S型流态特征，而静压力的分布受颗粒堆积的不均匀性影响呈现变形的直线分布特征。另一方面，沿径向均匀分布的自转离心力则更趋向于使颗粒沿圆周边壁均匀分布，处于堆积状态的颗粒沿壁面形成环形分布，因此当自转离心力占优时，被吸附在边壁附近的颗粒运动形成沿周向运动的O型流态，静压力分布也呈现环形分布特征。

总之，滚筒中两相流动呈现的不同流动形态和分布特征依赖于自转和公转离心力的相对大小，转动比由小到大的改变使得流动过程从公转离心力占优向自转离心力占优转变，颗粒流动的模式也从S型流态逐渐转化为O型流态。

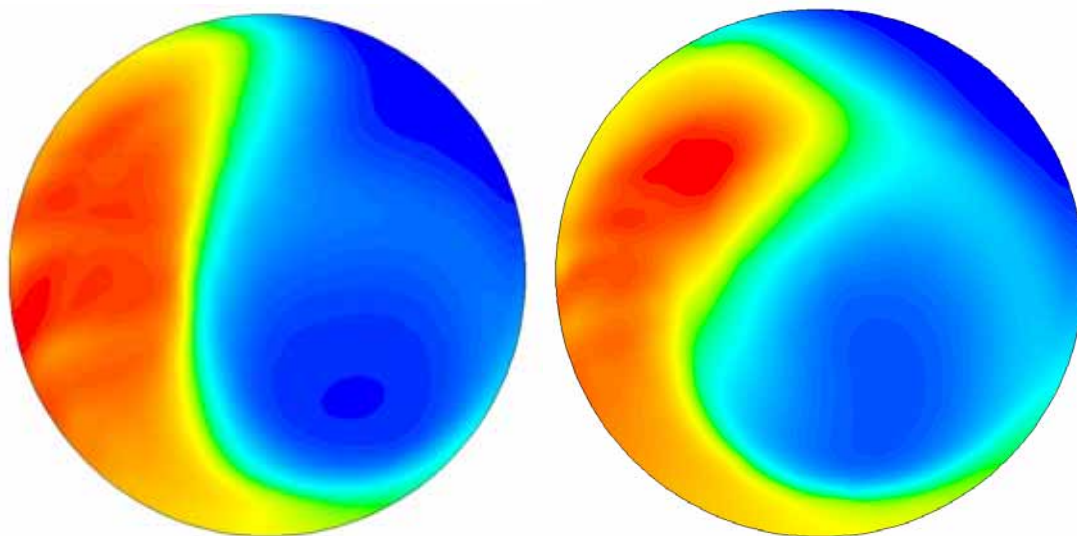
7.2.2 重力对流动模式的影响：

在运动坐标系中，公转离心力的大小处处相等而方向不断变化，自转离心力的大小与相对矢径成正比，其方向则处处与矢径方向一致，两者在分布特征上的差异使得重力对流动特征的影响表现在以下三个方面：

1. 在同一周期的不同转动角度上，重力对颗粒和流体运动特征的影响是不同的。在所选坐标系中，重力加速度的方向始终垂直向下，而公转离心力的方向则随公转角度而变化。因此公转离心力和重力的合力的大小和方向也随着公转而产生周期性变化，在 0° 和 180° 的位置上，离心力和重力垂直；在 90° 位置上，离心力和重力的方向相向；在 270° 位置上，离心力和重力处于同一方向。当公转离心力与重力相当时，可以判断在 90° 和 270° 位置上的流动特征有比较大的差异；当公转离心力远大于重力时，这种差异将随着的相对离心力的增大而减小。图19给出了工况1条件的颗粒流动特征在 90° 和 270° 位置上的分布图。图20给出了工况2条件的颗粒流动特征在 90° 和 270° 位置上的分布图。为了易于对比分析，已将 90° 位置上的分布图转动了 180° ，与 270° 位置上的相应分布图并列给出。

2. 自转离心力的大小与相对矢径成正比，沿径向呈环状分布，而与自转的转动角度无关。因此自转离心力沿矢径方向由小变大，以至当自转离心力远大于重力或公转离心力，在流动过程中自转离心力起主要作用的工况条件下，重力的影响在滚筒轴心附近的区域中仍是不可忽略的。图21对比分析了工况3、5和7的颗粒浓度、速度和压力分布特征，结果表明不同自转速度条件下，颗粒流动的浓度分布仍具有相似的模式，而静压分布已显示出明显的差异。

3. 沿转动比为常数的直线方向，随着 $\Omega^2 R/g$ 和 $\omega^2 r_0/g$ 的等比例增大，重力的影响则由强到弱，而在转动比从小到大的变化过程，自转离心力与公转离心力在分布特征上的差异，重力的影响在小转动比时比较明显，大转动比时则影响很弱。

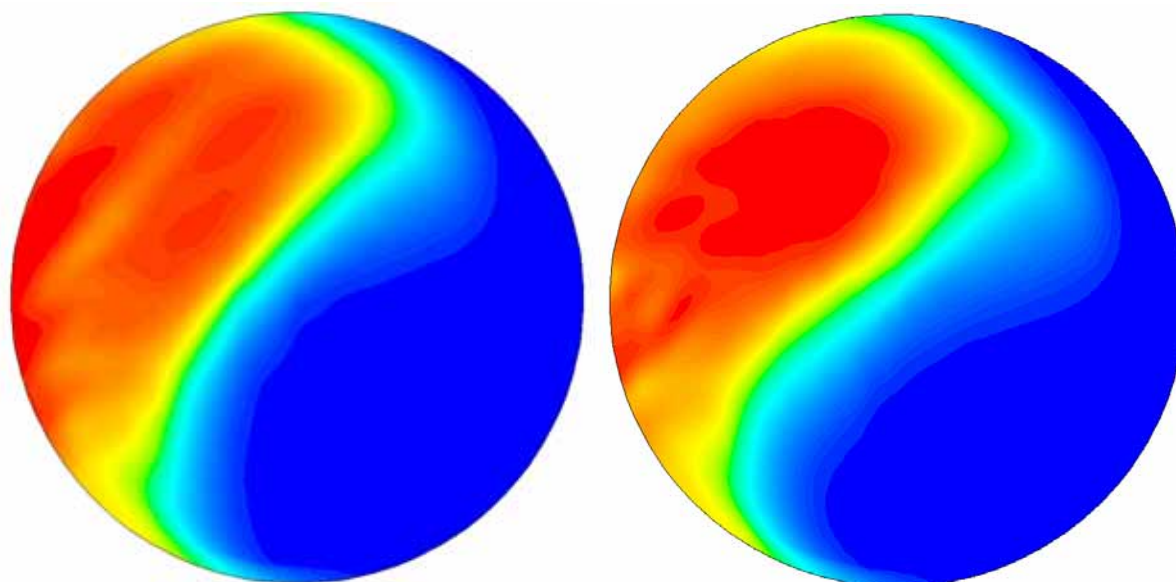


(a)

(b)

图 19. 同一周期中不同转动角度上的颗粒体积分数分布图。

No. 1 ($\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$, $\alpha_0=0.25$), (a). 90° , (b). 270°

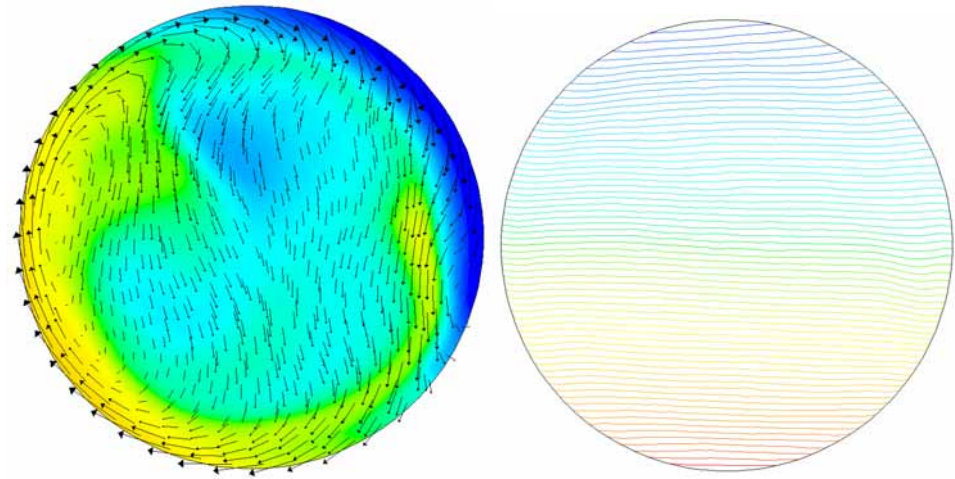


(a)

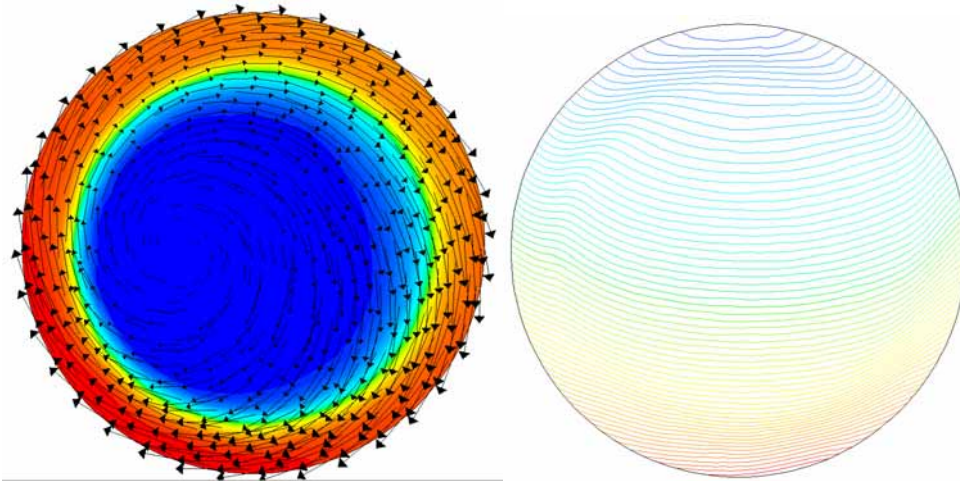
(b)

图 20. 同一周期中不同转动角度上的颗粒体积分数分布图。

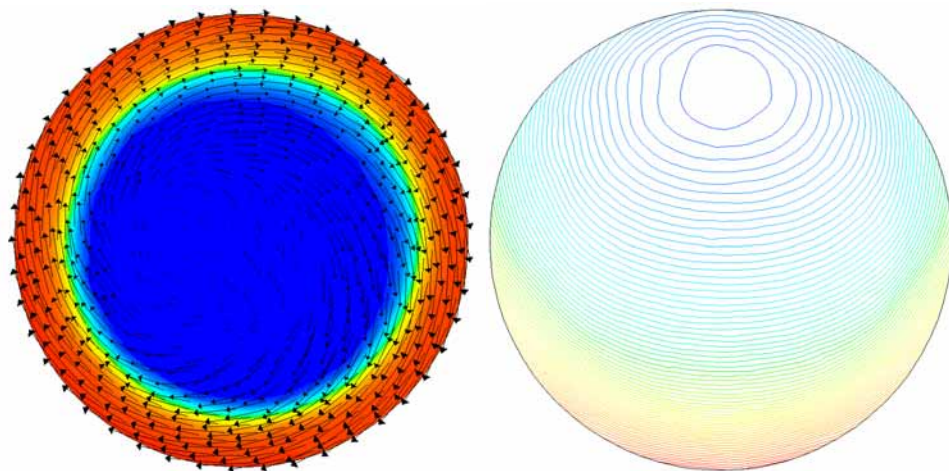
No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$, $\alpha_0=0.25$), (a). 90° , (b). 270°



(a)



(b)



(c)

图 21. 自转角速度对颗粒浓度、速度矢量和静压分布的影响($\Omega=158\text{rpm}$, $\alpha_0=0.25$)。

(a). No. 3 ($\omega=-158\text{rpm}$), (b). No. 5 ($\omega=-266\text{rpm}$), (c). No. 7 ($\omega=-447\text{rpm}$)

7.2.3 典型流动模态中抛光机理的力学分析

磨料和零件之间的挤压和摩擦等动力学过程与磨料颗粒的流动模态有着紧密的关系，对颗粒流动模态的认识有助于我们揭示磨料颗粒的抛光机制，为进一步提高抛光效率和改善抛光质量打下基础。

在小转动比条件的 S 型流态中，颗粒和流体的界面随着公转离心力的方向变化而不断向前翻滚，待加工零件在界面附近高速下滑，犹如冲浪板在大浪前坡的运动一般。而在中等转动比的 O 型流态中，滚筒边壁附近的自转离心力已接近或大于公转离心力，形成一层环向运动的颗粒流动。但在略微远离边壁的圆周区域中，自转离心力仍然小于公转离心力，占主要作用的公转离心力驱动该局部区域中的颗粒形成与外沿环向流动相反的流动过程。这样由两股方向相反的颗粒运动所形成的强剪切流动为强化磨料颗粒的挤压和摩擦过程提供了有利条件。图 22 是 S 形流态和 O 型流态的速度矢量分布对比图。其中流动速度的分布特征对磨料抛光质量的影响还有待于更多的实验验证。

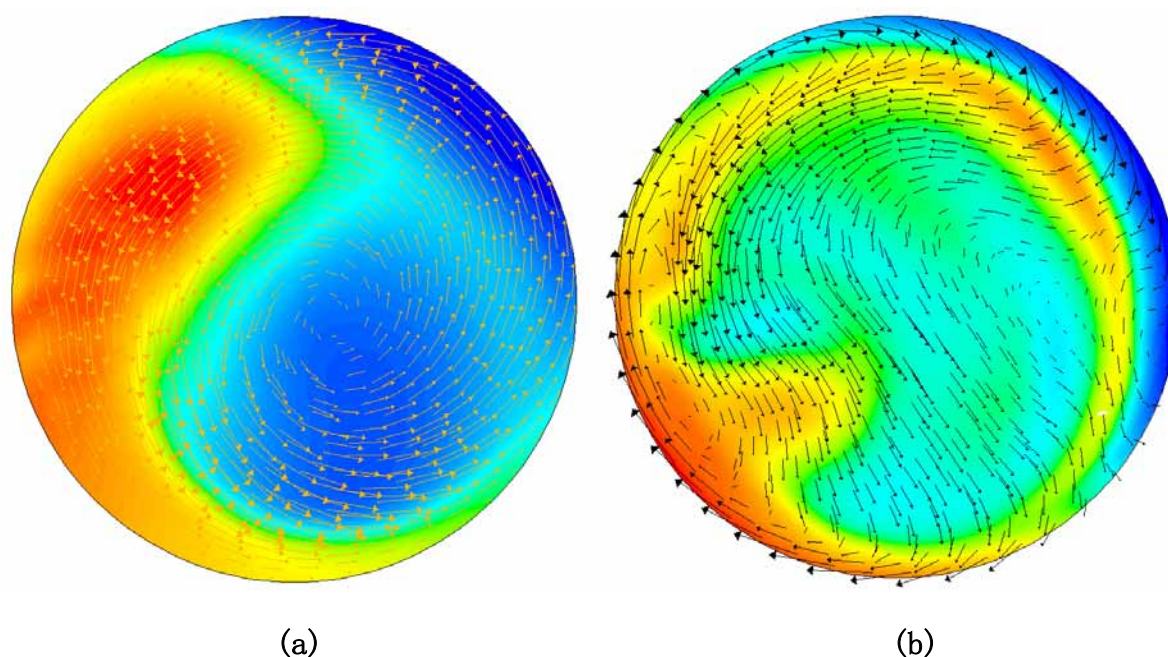


图 22. S形流态和O型流态的速度矢量分布对比图。 $(\alpha_s=0.25)$

(a). No. 2 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-36\text{rpm}$), (a). No. 4 ($\Omega=266\text{rpm}$, $\omega=-226\text{rpm}$)

7.3 滚筒形状对颗粒流动的影响

利用相同的计算方法和参数也对正六边形滚筒中的颗粒流动过程进行了数值模拟，图 23 是同一公转周期中颗粒浓度在不同位置的分布云图。图 24 是 315° 角度时的颗粒流

动的速度矢量和静压分布图。

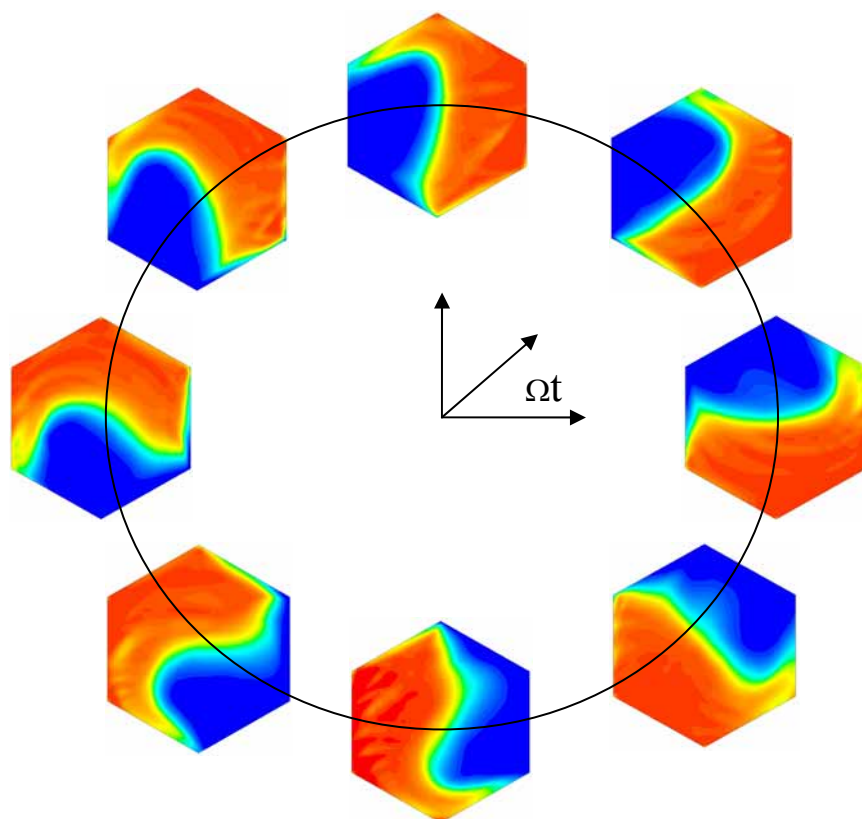


图 23. 六边型滚筒内颗粒流动的体积分数云图。

$\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$, $\alpha_0=0.35$

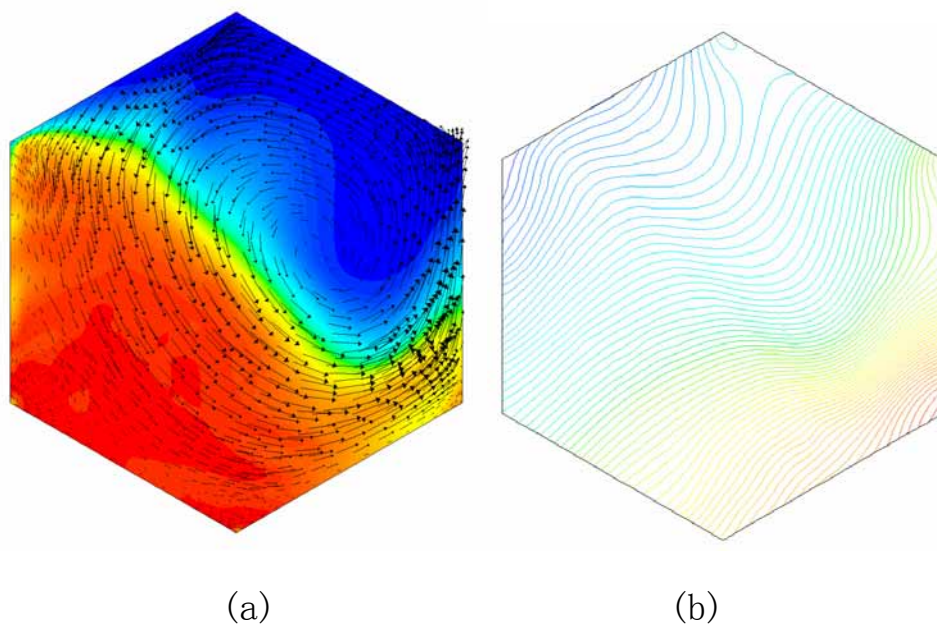


图 24 六边型滚筒内颗粒流动的速度矢量和静压分布图。

(a)浓度和速度矢量云图, (b). 静压等值线分布图

$\Omega=158\text{rpm}$, $\omega=-21\text{rpm}$, $\alpha_0=0.35$

8. 结论和建议

经过上述各节的分析，我们对行星滚筒运动过程中其内部磨料颗粒的运动规律有了初步的了解和认识。首先，抛光设备的机械结构和转动特性决定了滚筒的运动方式，滚筒的运动方式是控制其内部颗粒运动的主要参数之一，此外，颗粒的直径、比重、粘性等物性参数，以及颗粒填充比例等等参数也对颗粒流动的分布形态及其动力学特征，如浓度、压力和速度分布等，有着重要影响。本文通过计算模拟和对比分析，着重分析研究了滚筒运动方式与颗粒流动形态之间的关系，得到以下初步结论：

1. 基于两相流动理论建立了磨料颗粒的两相流动模型，对滚筒内磨料颗粒的运动过程进行了数值模拟。计算模拟的结果与实验观察得到的主要流动特征基本相符。表明将连续颗粒模型应用于磨料颗粒的流动过程分析是合理的，计算模拟的结果是可信的。
2. 公转和自转离心力是驱动颗粒运动的主要作用力，两种离心力的相对比值是影响流动模式及其分布特征的重要参数。沿转动为常数的直线上，颗粒流动的模式、浓度和静压分布特征具有相似性，而当转动比由小变大的过程中，流态形式及其分布特征呈现多种变化。依据转动比的不同取值可将颗粒流动模态大致分为三类；转动比在 $0\sim 1$ 范围时颗粒的浓度分布主要以S型流态为其主要特征，转动比在 $1\sim I_0$ 范围时主要以不稳定的R型流态为主，转动比大于 I_0 的流动过程则主要形成以环状分布为特征的O型流态。对流态的进一步分析揭示了转动比大于 I_0 的流动过程是自转离心力占优的流动，转动比小于 I_0 的流动过程是公转离心力占优的流动。稳定的S型流态和O型流态分别对应于极小和极大转动比的情况。
3. 转动比由小到大的变化过程中，颗粒和流体混合相的静压分布则从近平行分布弯曲变形逐渐形成偏心弧线分布或环状同心分布。
4. 颗粒运动的速度分布特征随着流态的转变而变化。S型流态中的最大速度位于滚筒内部的颗粒和流体浓度界面附近，颗粒沿界面高速下滑冲至一侧边壁；而在O型流态中，颗粒运动的最大速度通常在随滚筒转动的边壁附近。
5. 重力也是影响流动模态和分布特征的重要参数之一。依据离心力相对于重力的比值，重力的影响表现在两方面：一是在同一转动周期中 0° 和 180° 位置附近重力的影响较为明显，而在垂直角度附近则影响较小；二是离心力和重力的比值较小时，重力对流态特征有重要影响，随着该比值的增大，则重力的影响逐渐减弱。此外由于公转离心力和自转离心力在分布形态上的差异也导致重力在小转动比条件下有更

明显的影响作用。

6. S型流态和O型流态是颗粒运动的两个主要流动模式，两种流态中最大速度的分布区域是提高抛光效率的可能区域，而其分布特征的差异则预示了改进抛光过程的两种可能方式。对这两类流动模式的深入研究有助于认识和理解不同运动模式下颗粒和工件的相对运动过程与抛光机理的关系。总之，颗粒流动的分布形态和特征分类以及相关的力学分析为寻找合理的工况条件提供了理论依据，也为进一步的实验研究明确了方向。
7. 在计算模拟过程中，颗粒和流动之间的相互作用以及混合相的湍流模式主要利用了现有的经验关系或简化模型，因此计算结果与实际流动过程的差异未曾得到严格的验证和有效的改进，为此需要更多的实验结果和更细致的理论分析以便改进计算模型，使模拟结果更符合实际流动过程。
8. 计算结果显示颗粒的初始填充率和滚筒的形状对流态的发展有着明显的影响作用，由于篇幅和时间的限制，该部分数值模拟的详尽结果和分析讨论将在以后给出。

9. 参考文献

- [1] 张宏太，杨建成，王浩程，磨料流在离心场中运动的实验研究(一)，天津纺织工程学院学报，第19卷第4期，2000年，17页至20页。
- [2] 张宏太，王浩程，邢瑞文，影响平面纲领行星抛光磨削量诸因素的实验分析，Textile Accessories, Vol.27, No.4, 2000, p224-226。
- [3] 柏实义，二相流动，国防工业出版社，1985年第一版。